

外挿 DCT 法による画像の解像度変換

○朝倉 裕貴 名越 裕晃 澤見 英男

岡山理科大学院総合情報研究科情報科学専攻

(e-mail) sawami@mis.ous.ac.jp

1 はじめに

デジタル画像を解像度変換する場合、周波数解析にフーリエ変換の一種である、DCT(離散コサイン変換)を用いることができる。DCTを用いて解像度を上げるには、拡大率に応じてIDCT(逆離散コサイン変換)の変換長をDCTの変換長よりも長くして解像度変換を行う。この時に増加する高周波成分は0値を用いるのが一般的であるが、一般に画像は高周波成分が非0値になっている。そこで、多項式に関するコサイン変換係数が周波数の2乗に逆比例する性質を利用し、このような0値の代わりに高周波成分を部分的に外挿し、IDCTを用いて解像度変換を行うことを考える。このような手順で画像を拡大し、PSNRによる客観評価を行ったところ、画像によっては大幅にPSNRが上昇した。客観評価の良くなる画像の特徴を調べ画質の向上する原因を特定することにより、一般的な画像に対する、より高画質な画像の拡大方法の開発を目指した。

2 DCT(Discrete Cosine Transform, 離散コサイン変換)

DFT(離散フーリエ変換)の一種であり、信号成分から周波数成分への変換に用いる変換基底にコサイン関数だけを用いている。この変換をDCT(離散コサイン変換)、逆に周波数成分から画素値への変換をIDCT(逆離散コサイン変換)と呼ぶ。画像にDCTを適用して得られた変換係数の値をDCT係数、スペクトルと言う。また、DCTの変換基底は信号空間および周波数空間における標本点の位置に対応して4種類に分類される。ここでは、画像から周波数成分を求め解像度を変換するときに標本点のずれが生じないDCT-Iを用いる。なお、DCT-Iを用いると、変換長Nに対して標本点の個数はN+1となることを注記しておく。

$$\text{DCT - I} \quad [Y_k] = \sqrt{\frac{2}{N}} C_k \sum_{n=0}^N C_n X_n \cos\left(\frac{nk}{N}\pi\right) \quad (n, k = 0, 1, \dots, N) \quad (1)$$

$$\text{DCT - II} \quad [Y_k] = \sqrt{\frac{2}{N}} C_k \sum_{n=0}^{N-1} C_n X_n \cos\left(\frac{(n+\frac{1}{2})k}{N}\pi\right) \quad (n, k = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2)$$

$$\text{DCT - III} \quad [Y_k] = \sqrt{\frac{2}{N}} C_k \sum_{n=0}^{N-1} C_n X_n \cos\left(\frac{n(k+\frac{1}{2})}{N}\pi\right) \quad (n, k = 0, 1, \dots, N-1) \quad (3)$$

$$\text{DCT - IV} \quad [Y_k] = \sqrt{\frac{2}{N}} C_k \sum_{n=0}^{N-1} C_n X_n \cos\left(\frac{(n+\frac{1}{2})(k+\frac{1}{2})}{N}\pi\right) \quad (n, k = 0, 1, \dots, N-1) \quad (4)$$

係数 C_k は以下により与えられる。

$$C_k = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0, N \text{ のとき}) \\ 1 & (1 \leq k \leq N-1 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (5)$$

自然画像を周波数成分で見た場合のスペクトル分布は、DCTを用いた場合、低周波成分に大きく偏り高周波成分は急速に小さくなることが知られている。以下では、DCTを用いて解像度変換する場合は、スペクトル分布値が小さい、誤差への影響が少ない高周波成分を外挿処理することにより、処理画像の画質を保つことが期待できることを明らかにする。

3 DCT を使用した解像度変換

DCTによる解像度変換は、2次元データでもある原画像の各行に1次元DCTを適用し、得られた2次元配列に対し、各列について1次元DCTを行うことにより2次元DCT係数を求める。このとき、変換長を短くすることにより画素あたりの計算量が減少することから、画像を小さなブロックに分割しそれぞれのブロックにおいて独立に $N \times N$ の画素領域に対して2次元DCTを行う。このとき計算量と画質を考慮して、 N には一般的に8が用いられることが多い。このDCT係数のブロックサイズを変更してから逆DCT(IDCT)を適用することで画像の解像度変換が行える。例えば、原画像を縮小する場合は、DCT係数の高周波成分の削除を行いIDCTを行うことで、高画質な縮小画像を得ることができる(図1)。

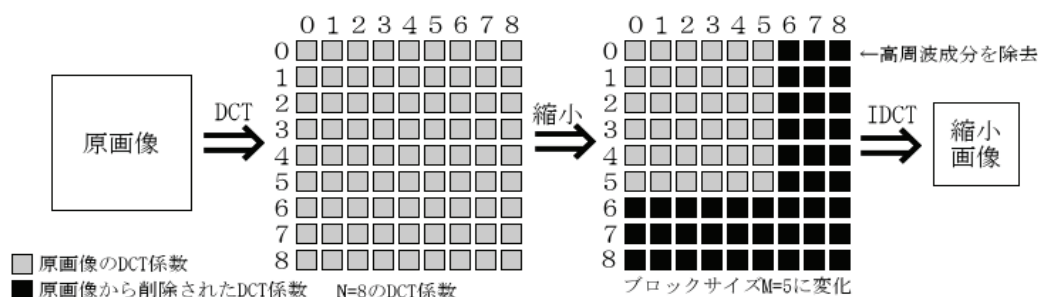


図 1: DCT による縮小処理

一方、拡大を行う場合は、高周波成分の外側領域のDCT係数に0値を追加し、ブロックサイズ N よりも大きいブロックサイズ M のDCT係数を得て、これに対しIDCTを実行することにより拡大画像を得ることができる(図2)。

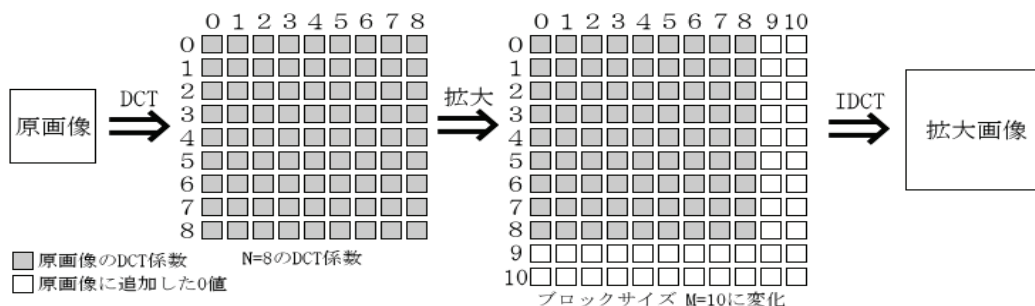


図 2: DCT による拡大処理

4 多項式に関連付けたDCT係数外挿による解像度変換

DCTによる解像度変換を行う際、高周波成分に適切な非0値を外挿することが可能ならば、DCT特有のぼやけた画像ではなく、質の良い画像を得ることが可能になるものとする。ここでは、多項式DCT係数に関する性質を利用して高周波成分に非0値のDCT係数を外挿近似することを考える。

4.1 多項式に関連付けた1次元DCT係数外挿による拡大方法

多項式に関するコサイン係数が周波数の2乗に逆比例して減少する性質を利用して高周波成分を外挿近似する手法について考察する。DCTは直交変換なので、この場合の外挿係数の2乗平均値は比較的小さい値となることから、結果として、外挿を行うことにより画素に生じる2乗平均誤差は

小さな値となる．高周波成分に近似誤差の影響誤差の影響が少ない係数を部分的に外挿することによって，0 値の割合を減らすことができるので，ぼやけた画像ではなく，輪郭部分がくっきりとした拡大画像になることを期待できる．外挿係数を用いた DCT による解像度変換を行列で表すと以下のようなになる．ここで， Ψ は 1 次元 DCT に対応する変換行列であり， Φ は IDCT に対応する変換行列， X_N は画像の画素値ベクトル， Y_M は画像の DCT 係数， X'_M は外挿 DCT により得られた画像の画素値ベクトルである．

$$\Psi_{k,x} = C_k C_x \cos\left(\frac{kx\pi}{N}\right) \quad (0 \leq k \leq N, \quad 0 \leq x \leq N) \quad (6)$$

$$\Phi_{k,x} = C'_k C_x \cos\left(\frac{kx\pi}{M}\right) \quad (0 \leq k \leq M, \quad 0 \leq x \leq M) \quad (7)$$

$$X_N = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, Y_M = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix}, C_k = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0, N) \\ 1 & (1 \leq k \leq N-1) \end{cases}, C'_k = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0, M) \\ 1 & (1 \leq k \leq M-1) \end{cases} \quad (8)$$

まず，画像を $N \times N$ ブロックに分割を行い，各ブロックに対し以下のように DCT を行う．ここで，通常 DCT を行う際に 0 値が入る場所に外挿係数を挿入し DCT を行う．外挿係数が入っていない場所はすべて 0 値となるようになっている．

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ y_N \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{N'} \\ \vdots \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{0,0} & \Psi_{0,1} & \cdots & \Psi_{0,N} \\ \Psi_{1,0} & \Psi_{1,1} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Psi_{N-1,0} & & & \Psi_{N-1,N} \\ \Psi_{N,0} & \Psi_{N,1} & \vdots & \Psi_{N,N} \\ \Psi_{N+1,0} & \Psi_{N+1,1} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Psi_{N',0} & & \cdots & \Psi_{N',N} \\ \vdots & & & \vdots \\ \Psi_{M,0} & & \vdots & \Psi_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (N \leq N' \leq M) \quad (9)$$

ここで，外挿係数 ($k=N+1, \dots, 2N$) は多項式の DCT 係数に関する性質を利用して以下の式により近似することができる．

$$\Psi_{k,x} = \left(\frac{k'}{k}\right)^2 \Psi_{k',x} \quad (10)$$

$$Y_M = \Psi X_N \quad (11)$$

ただし， $k' = \text{mod}(k, N) + 1$ ($N+1 \leq k \leq 2N, 0 \leq x \leq N$) である．同じ変換基底を用いていることから外挿 DCT と DCT の計算量の差はなくなる．式 (10) を書き直すと式 (11) になる．次に，得られた係数 Y_M (ゼロを含む) に対して以下の IDCT を行いことにより，拡大画像 X'_M を得ることができる．

$$\begin{bmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ \vdots \\ x'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{0,0} & \Phi_{0,1} & \cdots & \Phi_{0,N'} \\ \Phi_{1,0} & \Phi_{1,1} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \Phi_{M,0} & & \cdots & \Phi_{M,N'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ y_N \\ \vdots \\ y_{N'} \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} \tag{12}$$

式 (12) を書き直すと以下のように表すことができる。

$$X'_M = \Phi Y_M \tag{13}$$

以上の外挿係数による変換を 1 つにまとめ、書き直すと以下ようになる。このような変換処理を行うことにより外挿係数を追加した Y_M に対し $M \times N$ 行列を用いて拡大画像を得ることができる。

$$X'_M = \Phi \Psi' Y_M \tag{14}$$

上記の処理を図で表したものが以下ようになる (図 3)。DCT による拡大を行う際に高周波成分として 0 値が追加される部分に外挿係数を一部追加し、IDCT を行い、拡大画像を得ることができる。

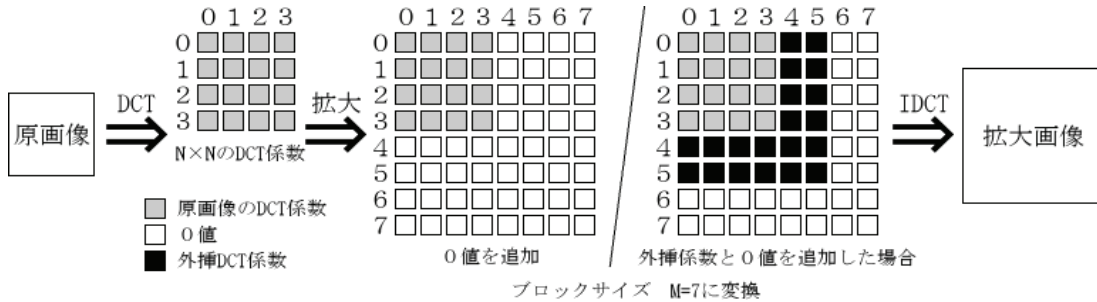


図 3: DCT と外挿 DCT による解像度変換

5 LPF(Low Pass Filter, 高周露波フィルタ)

周波数成分に対して閾値を設定し、遮断周波数以下の信号だけを通過させ、遮断数以上の周波数の信号を減衰させるフィルタである。画像を縮小処理をする前に LPF を行い、高周波成分を除去することによりエイリアシングの発生を回避することができる。LPF 画像を得るにはまず DCT により画素値を周波数成分に変換し、拡大率に応じて高周波成分を 0 値に置き換える。その後、IDCT 処理することにより LPF 画像を得られる。LPF 画像は、元の画像と比較すると少しぼやけたような画像になる。LPF は平滑化処理でもあるので、ノイズの除去にも使用することが可能である。LPF 画像を間引いて解像度を落とした縮小画像に対し、各種の方法により解像度変換を行って、LPF 画像と同じ大きさの拡大画像を得て比較することにより、客観評価を行う。

6 実験

実験では、SIDBA の標準画像を原画像 (256 × 256) として用いた。客観評価と主観評価を行うために、1/4 に縮小した。縮小を行う際に、エイリアシングと呼ばれる、元の画像には無い虚像が発生するため、縮小率に応じて高周波成分を取り除く、LPF を原画像に行っている。次に、各補間法で 4 倍に拡大を行い、PSNR(Peak Signal to Noise Ratio; ピーク信号対雑音比) を用いて比較評価した。はじめに主観評価について説明する。原画像と LPF 画像、バイキュービック、DCT、外挿 DCT により拡大した画像である。比べてみると違いはわかりやすく外挿 DCT が一番くっきりとした画像になっていることがわかる。ノイズも見られないことから外挿 DCT は高性能といえる。



図 4: 原画像

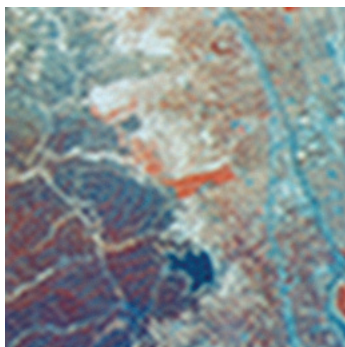


図 5: LPF 後



図 6: バイキュービック

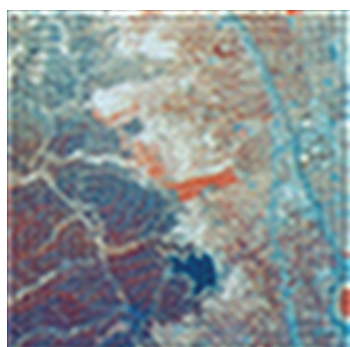


図 7: DCT による拡大

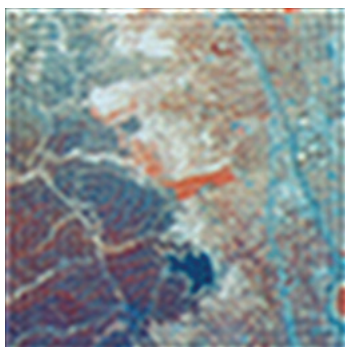


図 8: 外挿 DCT による拡大

客観評価の結果を表 1 と表 2 と表 3 に示す。ローパスフィルタ画像との比較結果では、外挿を用いた DCT が優れていることがわかる。

表 1: ローパスフィルタ画像と拡大画像の比較 (単位は dB)

	バイキュービック	DCT	外挿 DCT
R	16.36	37.84	37.93
G	16.86	34.98	35.04
B	17.12	35.16	35.23

表 2: 原画像と拡大画像の比較 (単位は dB)

	バイキュービック	DCT	外挿 DCT
R	15.73	24.42	23.43
G	16.12	23.76	23.77
B	16.30	23.59	23.60

表 3:ローパスフィルタ画像と原画像の比較 (単位は dB)

	LPF 画像と原画像の比較
R	24.65
G	23.95
B	23.76

7 まとめ

ローパスフィルタ画像と拡大画像を比較する際に、ローパスフィルタは高周波数成分が遮断されて 0 となっている。そのため、0 値の代わりに外挿係数を付け加えていくにつれて誤差が増えることになるが、周波数成分の偶奇性を考慮することにより誤差が軽減されることがわかっている。原画像と拡大画像の比較では、PSNR では大きな差ではないが改善されていることから外挿誤差が少なくなるものと考えられる。これは画像に高周波数成分が多く含まれるような画像とそうではない画像による差がそれほどではないことを意味していると考えられる。今後の課題としては、多項式の DCT 係数と周波数との関係を基にして画質をより向上させることのできる適切な外挿モデルを構成することが挙げられる。

謝辞 本シンポジウム運営にあたり有益な助言を頂いた仁木滉教授（岡山理科大学）に感謝する。本研究は、日本学術振興会科学研究費補助金（若手研究 (B)、課題番号 12345678）の助成を受けている。

参考文献

- [1] 境 永
岡山理科大学院総合情報研究科情報科学専攻修士論文、
DCT 係数外挿を多項式に関連づけた解像度変換 (2008).
- [2] 河崎 大輔,
岡山理科大学院総合情報研究科情報科学専攻修士論文、
DCT 係数の 2 次元的外挿による解像度変換 (2009).