

修士論文

画像の解像度変換について

岡山理科大学大学院
総合情報研究科
情報科学専攻 情報システム研究室
I15IM04 三宅 勇輔

目次

1.	はじめに	1
2.	画像の解像度変換.....	1
3.	補間基底と適用区間	2
3.1	ラグランジュ多項式を用いた補間法	2
3.2	sinc 関数	4
3.3	sinc-Lanczos 関数.....	4
3.4	補間関数の定義域と適用区間.....	5
4.	ギブスの現象とルンゲの現象.....	6
4.1	不連続な定数関数の補間	6
4.2	不連続な一次関数の補間	7
4.3	急峻な増減をする関数の補間.....	9
4.4	ルンゲの現象およびギブスの現象とフーリエ係数について	11
5.	補間基底を適用する区間の画像による比較(仮).....	11
6.	画像による補間法の比較.....	13
7.	結果と考察.....	17
	参考文献	17

1. はじめに

デジタルカメラやカメラ機能付き高機能携帯電話・スマートフォンの普及によって、デジタル画像は身近なものとなっている。しかし、これらを表示する機器では、一般に、その種類によって解像度が異なっている。このことから、パソコンで見ている画像を携帯電話やスマートフォンで見ようとした場合、またその逆の場合には機器の違いによって画質が劣化しないように解像度変換をする必要が有る。

本研究では、画質に大きな差異が表れる画像サイズの拡大に焦点をあて、画像を解像度変換するため良く使用されている多項式またはフーリエ変換に基づく基底を用いる場合、拡大画像の画質改善のためにどのような手法をとれるのかを比較・検討している。

多項式を用いた従来からの手法では、解像度変換のための計算に基底の全定義域を用いることが普通である。そのため、基底の定義域と補間計算を行う適用範囲が同じであることに由来する問題が発生し、画質の劣化を生じる事がある。本研究では、これらの問題を解決するため、基底の定義域よりも狭い領域において解像度変換のための計算を行う、新しい手法について検討する。また、そのような解像度変換を用いる際、どの基底を用いた拡大方法が適切であるのかについても検討する。

2. 画像の解像度変換

画像は2次元正方格子座標上で標本化された画素値 $f(x,y)$ として扱う事ができる。この画像から境界を重複させて取り出した任意の $(n+1) \times (n+1)$ 画素ブロック $\{ f(x_i, y_j), i, j = 0, \dots, n \}$ に関する格子座標を用いた補間関数 $f_n(x,y)$ を構成し、この画素ブロック内で補間計算を行うことにより、元の標本点とは異なる座標上の画素値を新たに求め、画素数を増減させることにより解像度変換することができる。この画素ブロック（区間 $[x_0, x_n] \times [y_0, y_n]$ ）を、ブロック単位または画素単位でずらすようにして画像全体を覆うことにより、画像全体の補間計算すなわち解像度変換を行うことができる。画素ブロック内における補間関数は以下のようにして表すことができる。

$$f_n(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n f(x_i, y_j) \phi_{n,i}(x) \phi_{n,j}(y)$$

補間関数は、一般に、以下の性質を有する1次元の補間基底を、区間 $[x_0, x_n]$ に関しては $\phi_{n,i}(x)$ 、区間 $[y_0, y_n]$ に関しては $\phi_{n,j}(y)$ を用いて構成する。

$$\phi_{n,i}(x_k) = \delta_{ik} \quad , \quad \phi_{n,j}(y_k) = \delta_{jk}$$

計算量の観点より、2次元正方格子座標上の画像値データを用いた2次元の補間計算を、横及び縦方向の2段階に分けて順次行うことから、1次元正則格子座標上の補間関数を構成して実現するのが一般的である[1,2,5]。例えば、 k 行目から横方向に順次取り出した $n+1$ 個の画素値 $\{ f(x_i, y_k), i = 0, \dots, n \}$ に基づく1次元の補間関数を構成し、必要とされる座標上で必要とされる画素数分だけ横方向の補間計算を行う。これを全ての行について適用し、次にこの結果を用いた縦方向の1次元補間関

数を構成し、次に、縦方向の補間計算を行うことにより、標本点数の異なる2次元正則格子における画素値を新規に求め、解像度変換を実現することができる。解像度変換は、一般に、標本点間隔の一律な正則格子で実現するため、多項式または低域濾波器をフーリエ変換することにより得られる sinc 関数などを補間基底として用いることになる。次節において、解像度変換のために用いる補間関数について、1次元画像の数理モデルを用い、比較・検討を行う。

3. 補間基底と適用区間

解像度変換を行うため、2次元正方格子画素ブロックから横もしくは縦方向に、1次元正則格子の $(n+1)$ 画素からなる画素値データでもある、1次元画素ブロック $\{f(x_k), k=0, \dots, n\}$ を取り出す。この画素値と区間 $[x_0, x_n]$ に関する補間基底 $\phi_{n,k}(x)$ との一次結合を用いた補間公式を構成する。

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) \phi_{n,k}(x)$$

解像度変換は、この補間公式に基づき、元の標本点とは異なる座標 x に関し予め求めておいた補間基底の値 $\{\phi_{n,k}(x), k=0, \dots, n\}$ と元の画素値 $\{f(x_k), k=0, \dots, n\}$ との積和演算により実現する。この畳み込みのような計算処理を、横及び縦方向に対応させ2段階に分けて順次行うことから、1画素を得るための補間計算には、一方向あたり乗算 $(n+1)$ 回と加算 n 回、合計すると乗算 $2(n+1)$ 回と加算 $2n$ 回を必要とする。ところで、解像度変換を行う画素ブロックの寸法 $(n+1) \times (n+1)$ により、計算量だけではなく画質も変化することに注意しておく必要がある。本節では、良く知られている代表的な補間基底 (Lagrange 多項式, sinc 関数, sinc-Lanczos 関数) を画像の数理モデルに適用し補間計算をした場合について、比較・検討を行う。

$$\phi_{n,k}(x) = \begin{cases} \frac{F_n(x)}{F_n'(x_k)(x-x_k)} & ; \text{ Lagrange 多項式} \\ \text{sinc}(x-x_k) & ; \text{ sinc 関数} \\ \text{sinc}(x-x_k) * \text{sinc}\left(\frac{x-x_k}{n}\right) & ; \text{ sinc-Lanczos}(n)\text{関数} \end{cases}$$

ただし $F_n(x) = \prod_{k=0}^n (x-x_k)$, $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ である。

3.1 ラグランジュ多項式を用いた補間法

ラグランジュ多項式を用いた補間方法を、ラグランジュ補間法という。多項式の次数 $n=0$ の場合は二アレストネイバ法として、次数 $n=1$ の場合はバイリニア法として、次数 $n=3$ の場合はバイキュービック法として知られている。高次の多項式を用いて補間を行うと、拡大を行った時に発生する偽象 (エリアシング) が目立たない高画質な画像の得られることが期待できる。そのため、本研究では多項式の次数 n を容易に変更することのできるラグランジュ多項式を用いることにする。高次多項式を用いた補間法は $n=3$ 程度であれば偽象により画質が大きく劣化する問題の生じないことが知ら

れている。しかしより高画質となることを目指して、何の工夫もせずに次数 n を大きくした多項式を用いると、特に画素ブロック端における補間計算で大きな誤差振動が発生し、画質の大きく劣化することがある。高次多項式を用いた場合のこのような補間誤差の振動をルンゲの現象[7]という。

ところで多項式 $\phi_{n,k}(x)$ は、次数 n が偶数か奇数であるかにより標本点 x_k に関し遇対称か奇対称になるという性質上の差異を生じる。標本点 x_k を画素ブロック $\{f(x_k), k = 0, \dots, n\}$ の中心点 ($t=0$ としている) として作図すると以下のような対称性の違いを見ることができる (図1, 2)。

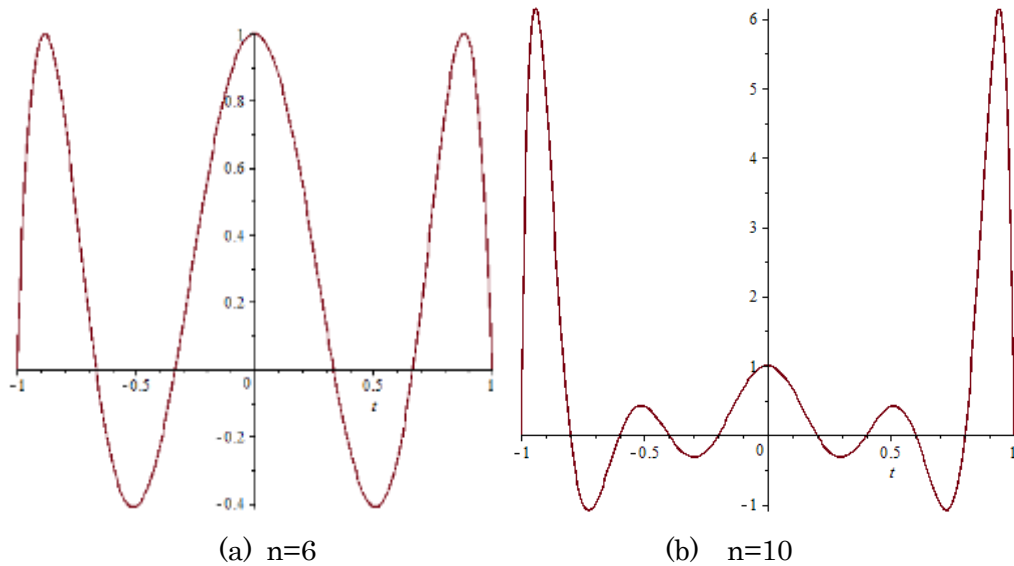


図1 偶数次のラグランジュ多項式

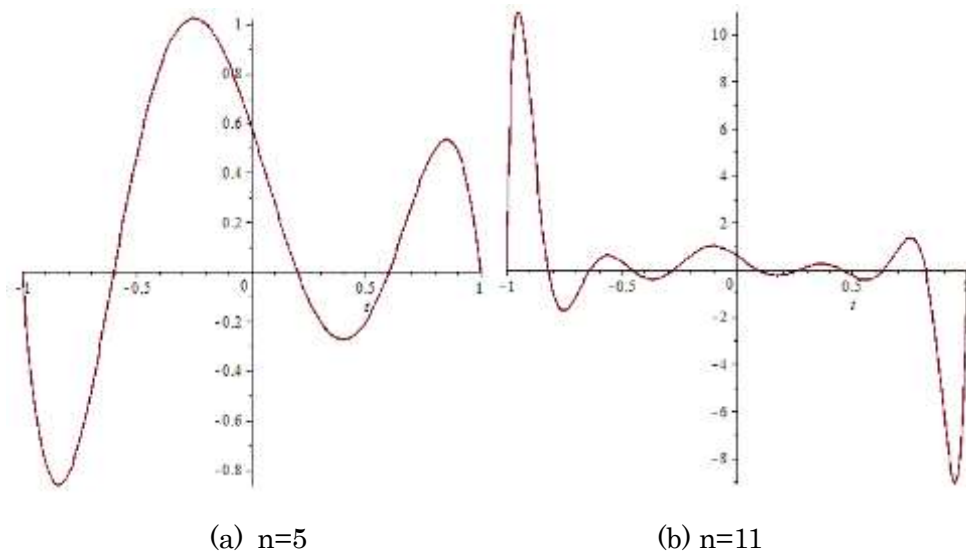


図2 奇数次のラグランジュ多項式

次数 n が偶数か奇数であるかによらず、点 x_k においてラグランジュ多項式 $\phi_{n,k}(x)$ の値は1となるが、中心から遠ざかるにつれて大きく振動するように値が変化し、この補間誤差とも言える変動は次数 n が大きくなるほどに激しくなってくる。これは多項式のフーリエ係数値は周波数もしくは

周波数の二乗に逆比例してしか減衰しないことが影響しているためと考えられる。

3.2 sinc 関数

正弦関数を変数で割って得られる関数を sinc 関数という。sinc 関数には、正規化 sinc 関数と非正規化 sinc 関数という名前で区別される二種類があり、デジタル信号処理などでは、ローパスフィルタのインパルス応答[5]でもある正規化 sinc 関数を用いられている。奇数個 $(2n+1)$ の画素からなる画素ブロック中央の標本点 x_k に関し sinc 関数は遇対称となる。標本点 x_k を画素ブロック $\{ f(x_k), k = 0, \dots, 2n \}$ の中心点 ($k=n$) として $\text{sinc}(t - x_k)$ を作図すると以下のようなになる。補間に sinc 関数を用いると、補間誤差として大きな振動は生じないものの、次数 n をいくら大きくしても小さな誤差の振動は無くならないことが知られている。これをギブスの現象という。

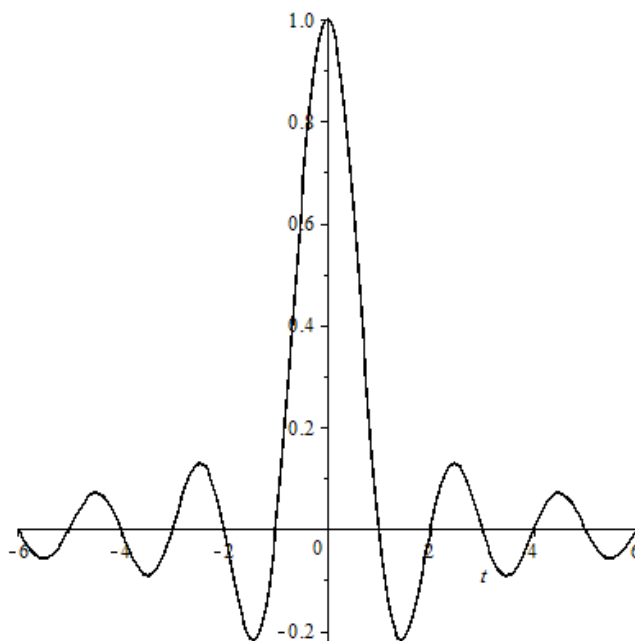


図3 sinc 関数(n=6)

sinc 関数は中心点から遠ざかるにつれて振動の幅が緩やかに小さくなることがわかる。

3.3 sinc-Lanczos 関数

sinc-Lanczos 法は、補間に用いる sinc 関数を重み付けすることにより補間誤差の振動を少なくするよう改善した関数を用いている。この補間法では sinc 関数の全定義域から、例えばパラメータ $n=3$ の場合は、中心を含む 6 区間を別の sinc 関数で重み付けしてから使うようにしている。これにより sinc 関数を用いた補間において生じるギブスの現象の影響を軽減することができる。補間に用いる sinc-Lanczos 関数は正の整数パラメータ n を有し、Lanczos- n または sinc-Lanczos(n) と呼ぶ。画像編集ソフトでは Lanczos-2 や Lanczos-3 が主に用いられている。画素ブロックの大きさは $2n+1$ なので、Lanczos-2 では 5 個、Lanczos-3 では 7 個の画素値を参照し補間計算をする。

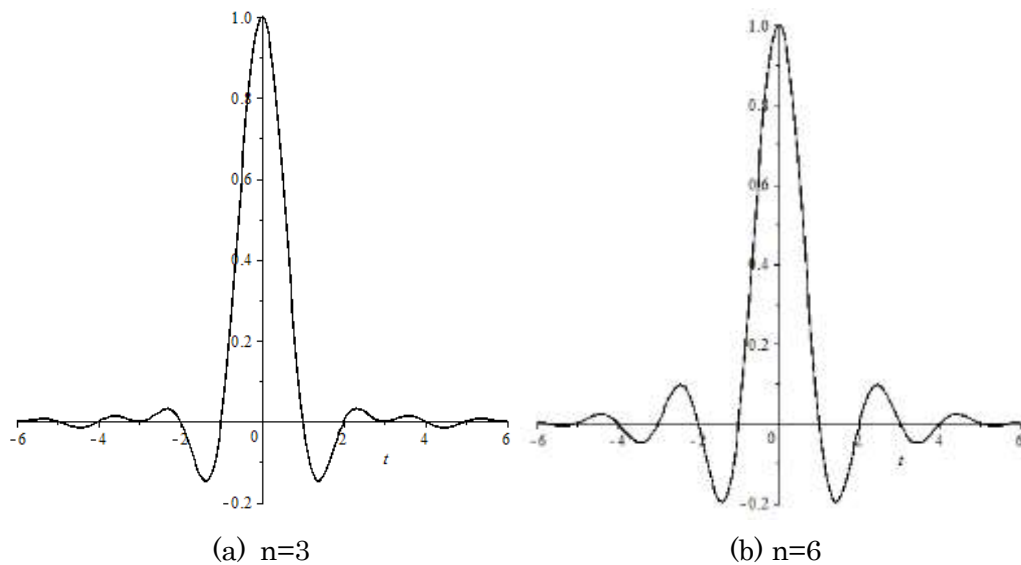


図4 sinc-Lanczos(n)関数

sinc-Lanczos 関数[4]は sinc 関数に重みづけ処理をしていることから、sinc 関数と比較して、中心点から遠ざかるにつれて振動の幅がより小さくなっていくことがわかる。この振動の幅の減り方は、パラメータ n を大きくするにしたがって sinc 関数のようにより緩やかとなる (図4)。

3.4 補間関数の定義域と適用区間

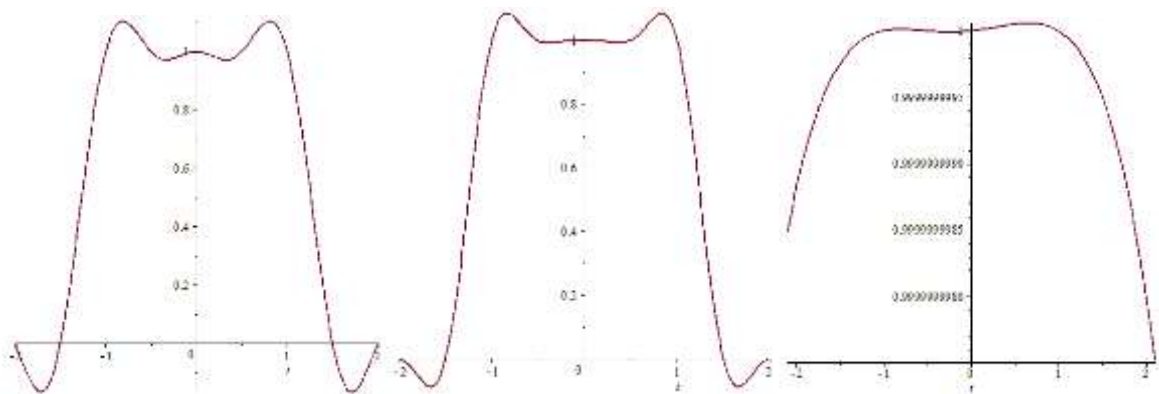
上述の補間基底を用いて補間計算を行う区間として、全区間 $[x_0, x_n]$ または中央部の小区間を選ぶ。中央部の小区間について補間計算をする場合は、補間関数を構成する 1 次元画素ブロックを小区間単位で計算区間ごとにずらしていくことにする。中央部の小区間の幅は、画素ブロック内にある標本点数の指標 n が偶数の場合には 2 標本化格子区間 $[x_{(n/2)-1}, x_{(n/2)+1}]$ となる。そして、多項式の次数 n が奇数の場合には 1 標本化区間 $[x_{(n-1)/2}, x_{(n+1)/2}]$ となる。基底として sinc 関数または sinc-Lanczos(n) 関数を用いるとき、中央から標本化格子 n 個分までを定義域とするため、画素ブロック内の標本点数 $(2n+1)$ は奇数となり、対応する多項式の次数 $(2n)$ は偶数となることを注記しておく。一方、基底関数として Lagrange 多項式を用いるとき、次数 n が偶数または奇数すなわち画素ブロック内の標本点数 $(n+1)$ が奇数または偶数のいずれであっても補間関数を構成することができる。これは多項式を用いる上での大きな利点と考えられる。ところで、上記補間基底を $(n+1)$ 個の画素が存在している全区間 $[x_0, x_n]$ において用いると、多項式の場合には n の増加に伴いルンゲの現象により区間の端で大きな誤差の振動を生じることが避けられない。一方、sinc 関数または sinc-Lanczos 関数を用いると、画素値の変化が大きな場所でギブスの現象により細かな誤差の振動が発生してしまう。このため、補間画像の画質を上げるべく単純に次数 n を大きくするだけでは、補間誤差の振動に起因する画質の劣化を避けることができない。このような画質低下の原因となる誤差の振動は、全区間 (block-wise)ではなく小区間単位(piece-wise)で補間計算することにより、回避することができる。次節では簡単な関数の補間を例に挙げ、ルンゲの現象とギブスの現象について解説する。

4. ギブスの現象とルンゲの現象

フーリエ変換に基づく基底 sinc 関数および sinc-Lanczos 関数を用いて補間をすると、関数値が急峻な変化をする場所ではギブスの現象が発生する。一方、多項式の基底を用いて補間すると関数値が最大値に対して相対的に小さくなる場所でルンゲの現象が発生する。本節では幾つかの数理モデルを用い、これら現象と基底との関係を解説する。

4.1 不連続な定数関数の補間

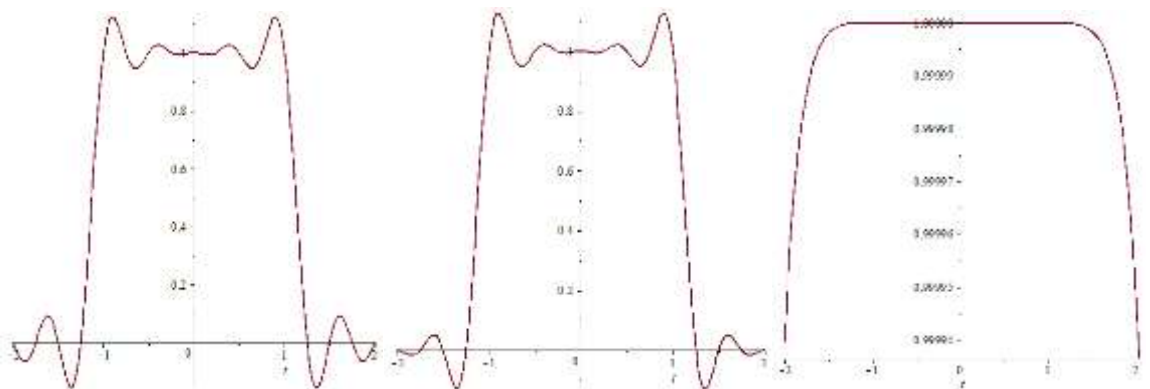
画像中にある、対象物の階調が一定である場合の数理モデルとして、領域 $x \in [-1,1]$ において $f(x) = 1$ 、領域外では $f(x) = 0$ となる不連続な定数関数を考える。これを sinc 関数により補間すると、関数値の跳躍する場所 $x = \pm 1$ において誤差の振動を生じる。これをギブスの現象と呼ぶ。このモデルの場合、sinc 関数および sinc-Lanczos 関数により補間すると、どちらを基底に用いても、強弱の差はあるものの同様な誤差による振動、ギブスの現象が表れている。一方、多項式によりこの数理モデルを補間すると、定義域内において厳密な補間すなわち内挿計算をすることができるだけでなく、定義領域外においても比較的広い範囲に渡って適切な外挿のできていることがわかる。



(a) sinc(n=4)

(b) sinc-Lanczos c(n=4)

(c) polynomial(n=4)



(d) sinc(n=8)

(e) sinc-Lanczos c(n=8)

(f) polynomial(n=10)

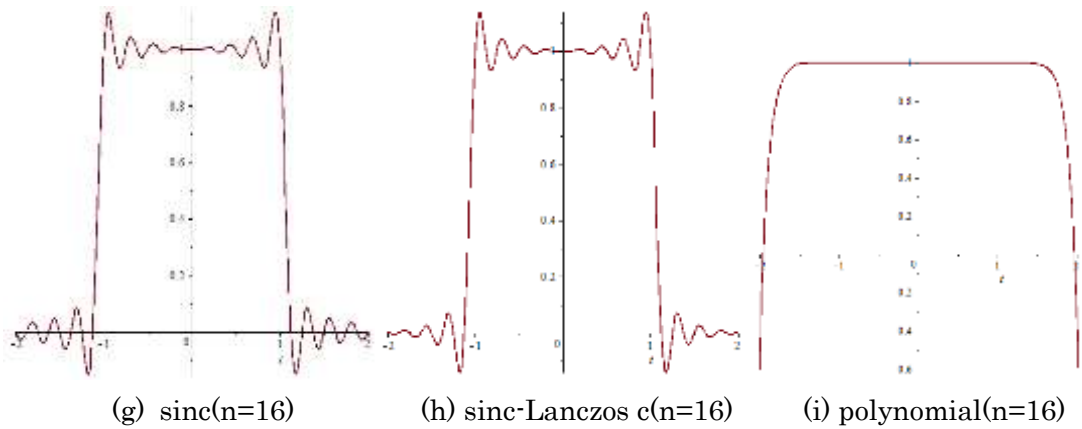


図5 画像中の対象物が階調の平坦な場合に相当する不連続な定数関数

数理モデルとして、領域 $x \in [-1,1]$ において $f(x) = 1$ 、領域外では $f(x) = 0$ となる不連続な定数関数を用い、基底の次数 $n=4,8,16$ に関し、補間法の比較をした。この数理モデルを sinc 関数により補間すると、不連続な定数関数をローパスフィルタ処理したことに相当することから、関数値の跳躍する場所 $x = \pm 1$ で誤差の振動を生じている(図5 (a),(d),(g))。これはギブスの現象として知られている。この振動の幅はパラメータ n を大きくしても改善されることはない。このモデルの場合、sinc 関数および sinc-Lanczos 関数により補間すると、どちらを基底に用いても同様な誤差による振動、ギブスの現象が表れていることがわかる。一方、多項式によりこの数理モデルを補間する場合には、定義域内において厳密な補間すなわち内挿計算をすることができるだけでなく、定義域外においても広い領域に渡って適切な外挿を行うことができている(図5 (c),(f),(i))。

4.2 不連続な一次関数の補間

画像中にある対象物の階調が滑らかに変化する場合の数理モデルとして、領域 $x \in [-1,1]$ において $f(x)=x$ 、領域外では $f(x) = 0$ となる不連続な一次関数を考える。このモデルを sinc 関数により補間すると、関数値の跳躍する場所 $x = \pm 1$ において誤差の振動が発生する。この誤差の振動もギブスの現象である。この関数の場合、sinc 関数にのみ中央部にも小さな誤差の振動が表れている。Sinc-Lanczos 関数を用いると、中央部の誤差の振動は改善され目立たなくなっているが、どちらの基底も関数値の跳躍する場所において同程度の誤差による振動、ギブスの現象が表れている。一方、多項式によりこの数理モデルを補間する場合には、定義域内において厳密な補間すなわち内挿計算ができているだけでなく、定義域外においても広い領域に渡って適切な外挿ができている。

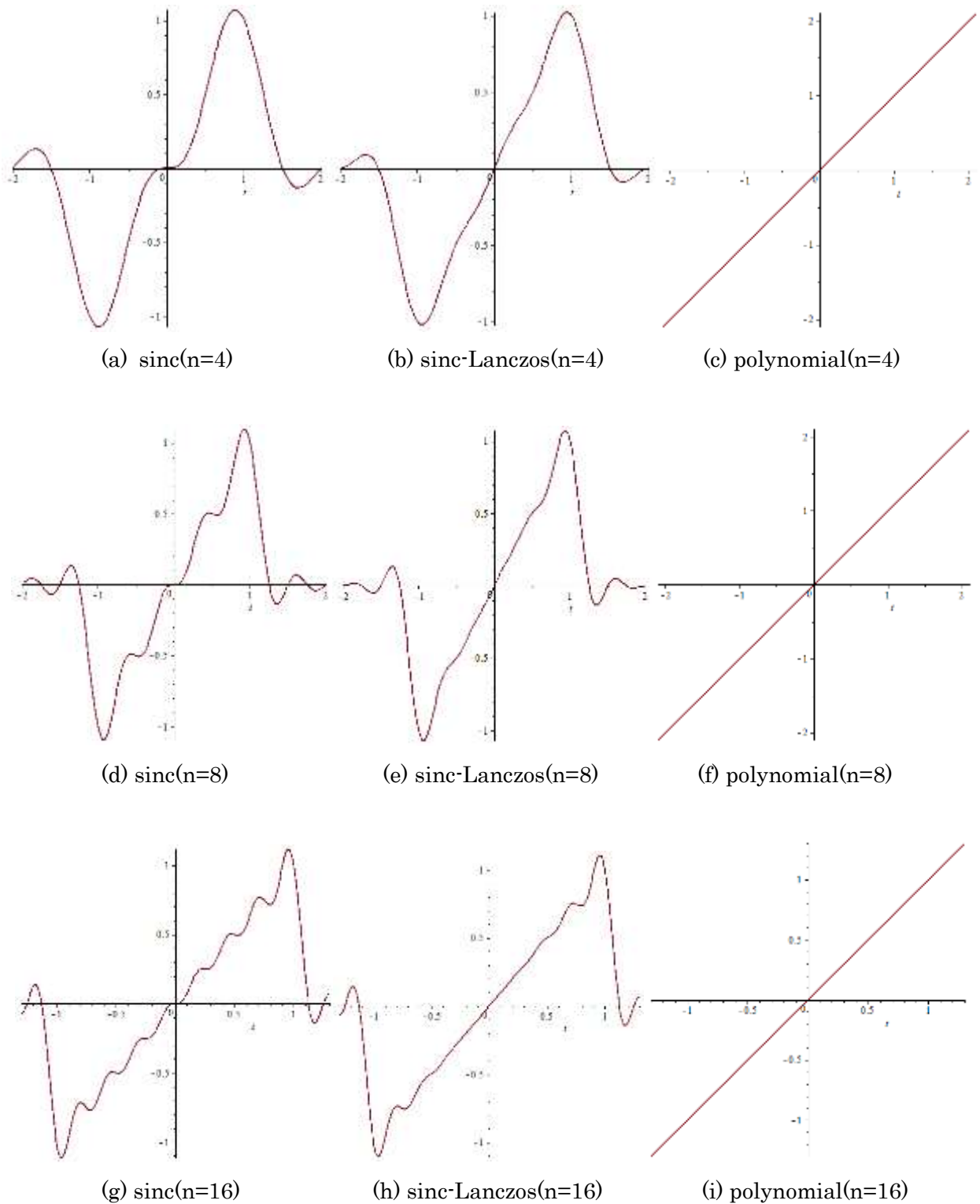


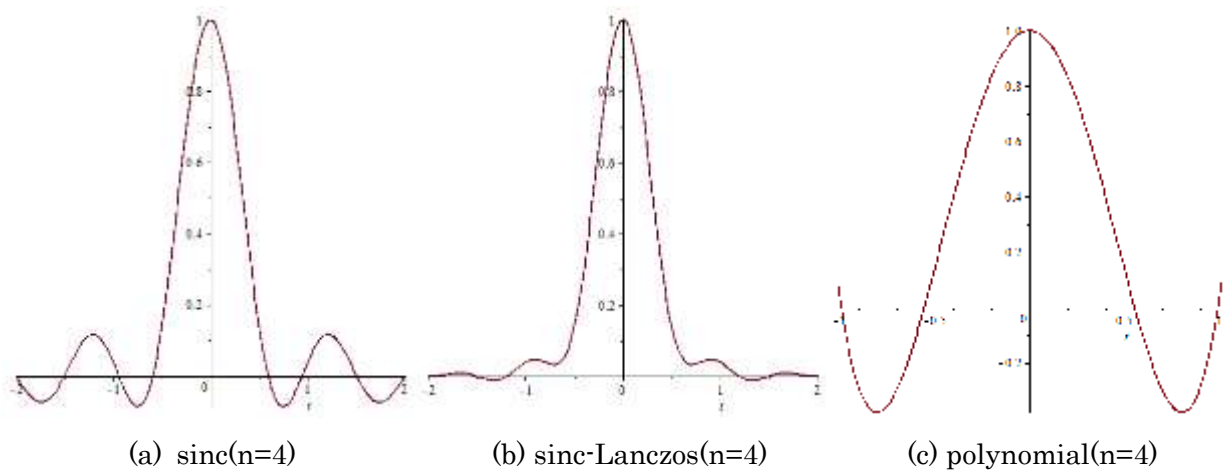
図6 画像中の対象物の階調が滑らかに変化する場合に相当する不連続な一次関数

数理モデルとして、領域 $x \in [-1,1]$ において $f(x) = x$ 、領域外では $f(x) = 0$ となる不連続な一次関数を用いてパラメータ $n=4,8,16$ に関し、補間法の比較をした。sinc 関数により補間では、関数値の跳躍する場所 $x = \pm 1$ で誤差の振動を生じている (図6 (a),(d),(g))。これはギブスの現象に由

来している．そしてこの振動の幅は，先の数値モデルの場合と同様，パラメータ n を大きくしても改善されていない．このモデルの場合， sinc 関数および sinc-Lanczos 関数により補間すると，どちらを基底に用いても同様な誤差による振動，ギブスの現象が表れているが， sinc-Lanczos 関数を用いると，パラメータ n を大きくするに伴って，変化の滑らかな区間中央部における誤差の振動がより改善されていることがわかる．一方，多項式によりこの数値モデルを補間する場合には，定義域内において厳密な補間すなわち内挿計算をすることができだけでなく，次数 n に関わらず，定義域外においても広い領域に渡って適切な外挿のできていることがわかる (図 6 (c),(f),(i))．

4.3 急峻な増減をする関数の補間

連続ではあるが急峻な変化をする数値モデルを高次多項式により補間すると，次数を高くするにつれて誤差の増大する現象の発生することがある．区間 $x \in [-1,1]$ における有理多項式 $f(x) = 1/(1 + 25 * x^2)$ の場合が良く知られている．この有理関数のフーリエ変換係数すなわちコサイン変換係数の値は周波数の指数関数の様にして減少する．一方，多項式のコサイン変換係数は周波数の 2 乗分の 1 に比例して減少する．すなわち，この有理関数と補間多項式とは，高周波数成分に関して異なる振る舞いをしていることになる (次節参照)．このため，多項式の次数を高くするにつれて，有理多項式の値が小さくなる定義域の両端における補間誤差の振動が大きくなっていく．この誤差の大きな振動はルンゲの現象として知られている (図 7 (c),(f),(i))．一方，多項式を用いた場合に生じるこの大きな誤差の振動は sinc 関数および sinc-Lanczos 関数を用いた場合には表れていない．



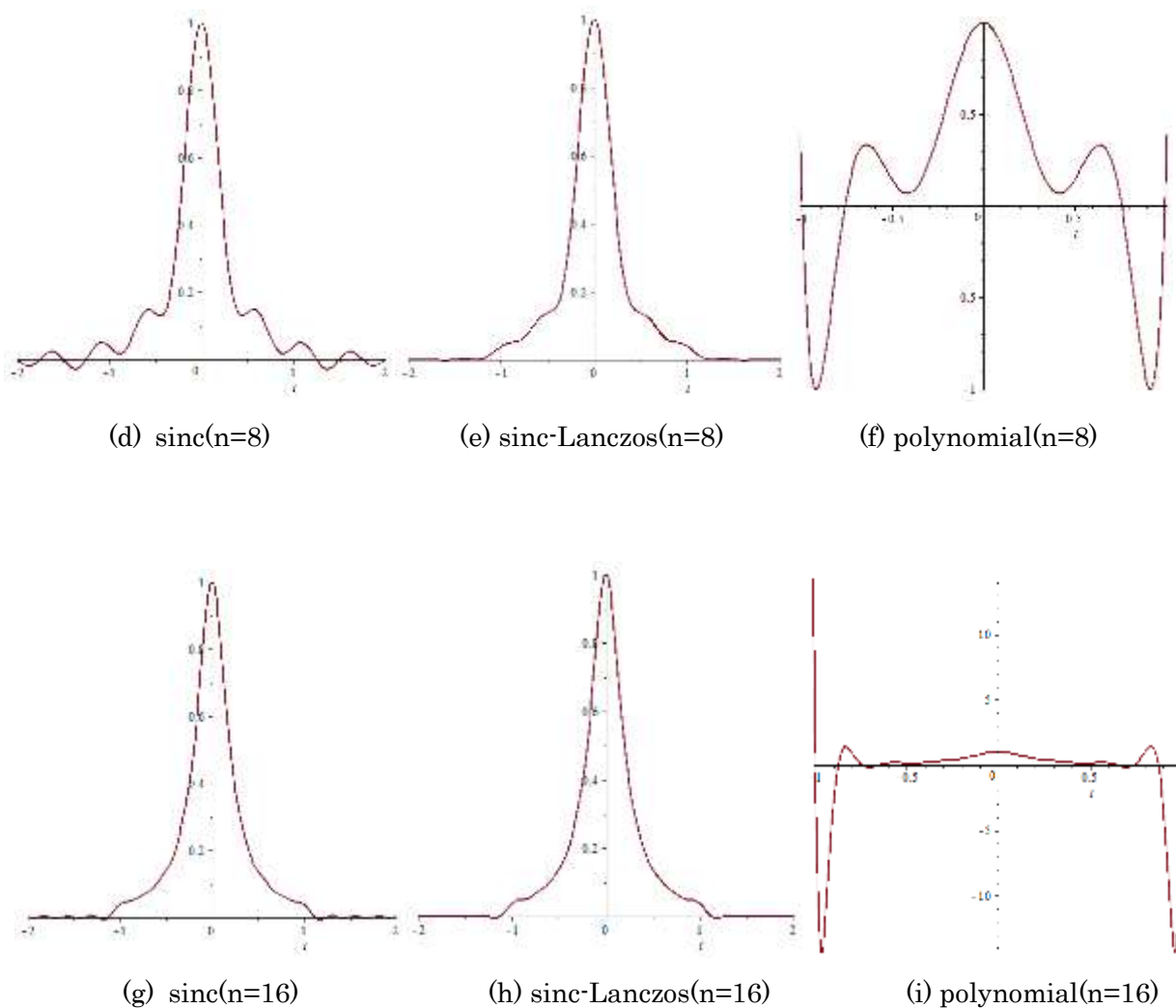


図7 画像中の対象物の階調が急激に増減する場合に相当する有理関数

数理モデルとして、区間 $x \in [-1,1]$ において $f(x) = 1/(1 + 25 * x^2)$ 、区間外では $f(x) = 0$ となるように急激な変化をする有理多項式を用い、パラメータ $n=4,8,16$ に関し、補間法の比較をした。これを sinc 関数により補間すると、関数値の不連続となる定義域両端 $x = \pm 1$ で誤差の振動を生じているが、パラメータ n の増加にしたがって改善されていることがわかる (図7 (a),(d),(g))。すなわち先の数理モデルの場合とは異なり、このモデルに関してのみ、誤差振動の大きさは、 n を大きくするにつれて改善されていることがわかる。さらに、sinc-Lanczos 関数により補間すると、パラメータ n を大きくするにつれて誤差振動はより改善されていることがわかる。そして、sinc 関数および sinc-Lanczos 関数のどちらを用いても、関数値の変化が急峻な区間中央部における誤差は大きく改善されている。一方、多項式によりこの数理モデルを補間する場合には、定義域両端に置いて誤差の大きな振動、ルンゲの現象が見られるものの定義域中央部において適切な内挿のできていることがわかる (図7 (c),(f),(i))。これは、次節に示しているように、数理モデルと補間基底それぞれのフーリエ係数[3]の振る舞いに大きな差があるためと考えられる。

4.4 ルンゲの現象およびギブスの現象とフーリエ係数について

領域 $x \in [-1,1]$ において $f(x) = 1/(1 + 25 * x^2)$, 領域外では $f(x) = 0$ となる数理モデルをフーリエ級数展開した場合のフーリエ係数 $C_k = \int_{-1}^1 \exp(-jk\pi x)/(1 + 25x^2)dx$, ただし $j = \sqrt{-1}$ を求めると周波数($k=0,1,2,\dots,12$)の指数関数のように減衰していることがわかる(図8). すなわちフーリエ係数の分布として見ると, 高周波数成分の極端に少ないことがわかる.

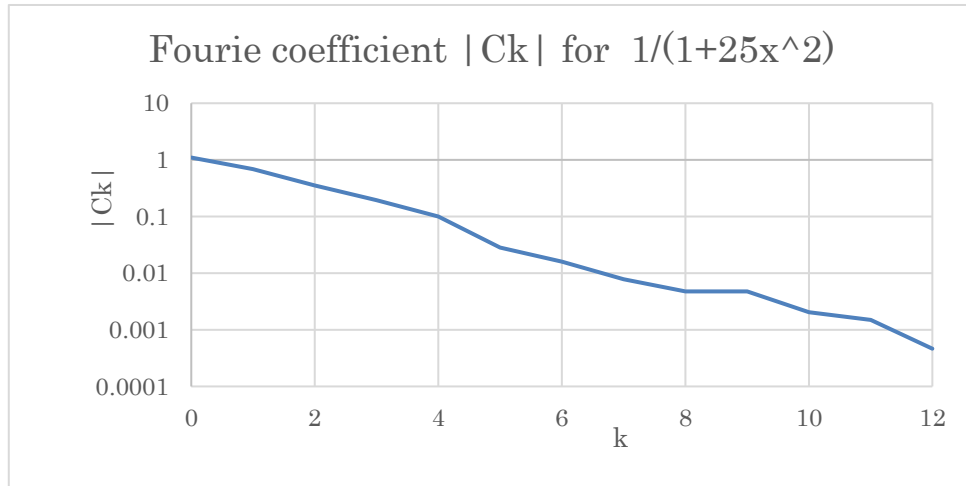


図8 関数 $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ のフーリエ係数 $|Ck|$

これに対して n 次多項式 $f(x) = x^n$ のフーリエ係数は $C_{n,k} = \int_0^1 \exp(-j2\pi kx) x^n dx = \frac{j}{2\pi k} - \frac{jn}{2\pi k}$ $C_{n-1,k}$ となり $|C_{n,k}| = O(k^{-1})$ となるので, フーリエ係数の分布として見ると, 多くの有意な高周波数成分を含んでいることがわかる. 一方, sinc 関数および sinc-Lanczos 関数はローパスフィルタのフーリエ変換に基づいているため[8], フーリエ係数の分布を見ると, 原理的に高周波数成分を含んでいない. このような差異が原因となって, 補間基底と数理モデルの組み合わせにより, ルンゲの現象およびギブスの現象の様な補間誤差の振動が, 数理モデルの値が小さな場所および大きく変化する場所において発生するものと考えられる. このような特徴的な誤差の振動を避けるための方法として, 以降では, 補間基底を定義する区間と補間を適用する区間を分けることについて考察する.

5. 多項式補間基底を適用する区間と補間画像の画質の比較

上記の補間方法では, 補間基底を定義した全区間 $[x_0, x_n]$ において用いている. そのため区間内の位置によって補間基底の形が異なってくる. 例えば, 区間中央部では補間基底の対称性の高いことから, 補間計算を補間基底と原画像データの一次結合により実現するので, 区間の両側から均等に原画像データを集めて補間計算していることになる. しかし, 区間の両端部分になると補間基底の対称性が低くなり, 区間の片側からの原画像データしか使用せずに補間計算をしていることになる. これは信号処理の立場から見ると好ましいものとは言えない. これに対する対策として, 一種のインパルス応答でもある補間計算のパターンを, 補間計算をする区間に依存しないようにできるだけ均質にする方法を検討した. すなわち, 画素ブロックを含む区間中央部でのみ補間計算を行うようにする. これに

より、補間する位置に合わせて、画素ブロックを含む区間をスライドするようにして動かすことで、補間に用いる原画素のある位置と補間計算をするの位置との関係がどの画素値に関してもほぼ一樣になることから、補間のための積和演算に用いる係数を位置に依らずほぼ同じにすることができる。係数値が場所に依らず完全に一致することは無いが、ほぼ均等となる。ところで、拡大倍率が2倍の際には、補間計算をするすべての場所において、全ての位置において同じにすることが出来る。しかし、3倍や4倍と拡大倍率が増加するにつれて補間する区間内で、位置により係数の微妙なずれの発生することになる。以下に、従来の方法(block-wise)と新しい手法(piece-wise)との差異を示す(図9)。

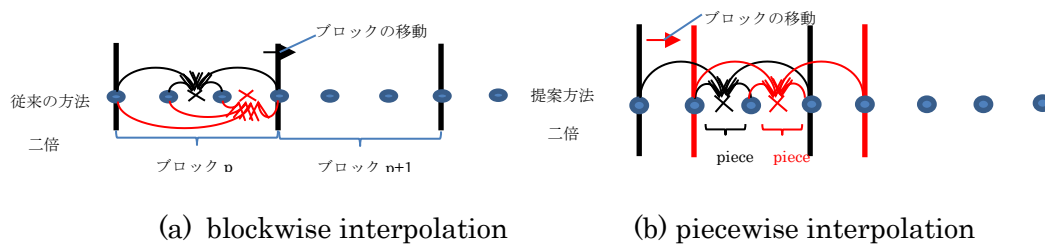
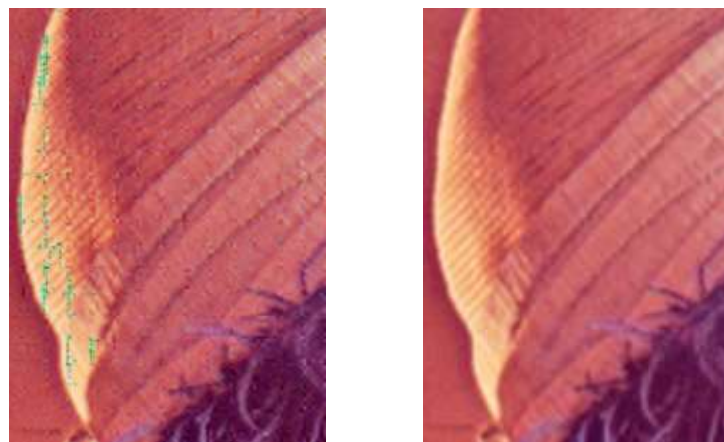


図9 従来の方法と、補間する位置に合わせて区間を動かした時の比較

従来の方法と、補間する位置に合わせて画素ブロックを含む区間をスライドさせて動かす方法を用い、画像の補間処理を試みる。ここでは、プログラムの容易なLagrange多項式を用いて補間を行う。比較した結果、次数が3次のときには差はほとんど出ないが、次数を5次以上にした場合は、次数を上げるにつれ、従来の方法では画質の劣化が発生していくようになった(図10(a))。これは、次数の増加に伴いルンゲの現象により区間の端で大きな誤差の振動を生じるためである。一方、補間する位置に合わせて区間を動かす方法を適用した画像は、ルンゲの現象による画質劣化の発生していないことがわかる(図10(b))。これにより、この手法を用いると、ルンゲの現象を克服することが出来ることが明らかとなった。



(a) blockwise interpolation (b) piecewise interpolation

図10 7次多項式で全区間補間および部分区間補間した時の画像比較

また、 sinc 関数や、 sinc-Lanczos 関数を用いた補間でも、補間する位置に合わせてブロック画像を含む区間をスライドさせて動かす方法を適用してみた。比較した結果、画素値の変化が大きな場所で生じるギブスの現象由来の細かな誤差の振動を避けることができ、ギブスの現象由来の画質低下を抑えることにより高画質な画像の得られることがわかった。

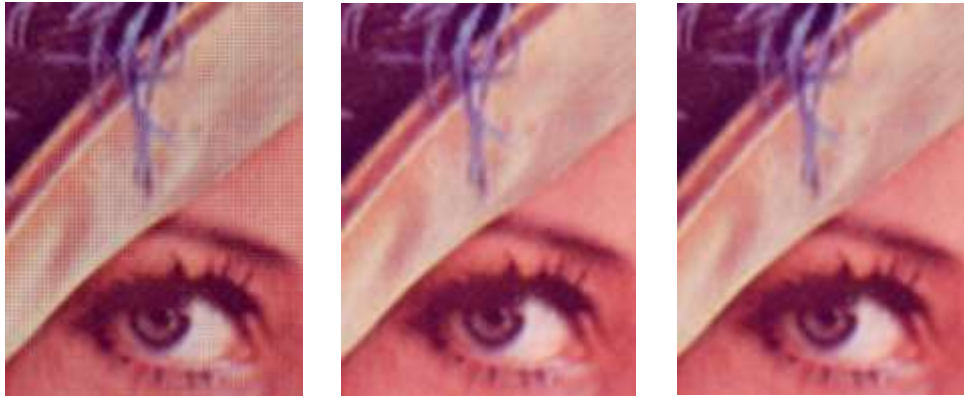
6. 画像による補間法の比較

定義区間の周辺部および中央部分における補間基底の振る舞いを比較した結果より、補間基底を適用するのは中央部分に限る方が、優れた補間結果の得られることは明らかである。本節では、用いる補間基底による、解像度変換をした場合の画質の差異を比較検討する。ここでは標準画像 *Lenna*、*milk drop*、*pepper* の3種類を用い、より大きな差異の発生する拡大処理した際の画質の比較をする。

基底に sinc 関数を用いると、輝度に細かな変動が生じることにより全体的に画質劣化が見られる(図 1 1 (a), 1 2 (a), 1 6 (a))。一方、 sinc-Lanczos 関数を用いると、このような画質の低下は発生していないことがわかる(図 1 1 (b), 1 2 (b), 1 6 (b))。高次多項式を用いたものも同様に、画質の低下は見られなかった(図 1 1 (c), 1 2 (c), 1 6 (c))。更に拡大倍率を上げ、次数も変更して比較してみたが、標準画像 *Lenna* においては、 sinc-Lanczos 関数を用いた補間法と高次多項式を用いた補間法に差異は殆ど見られなかった。

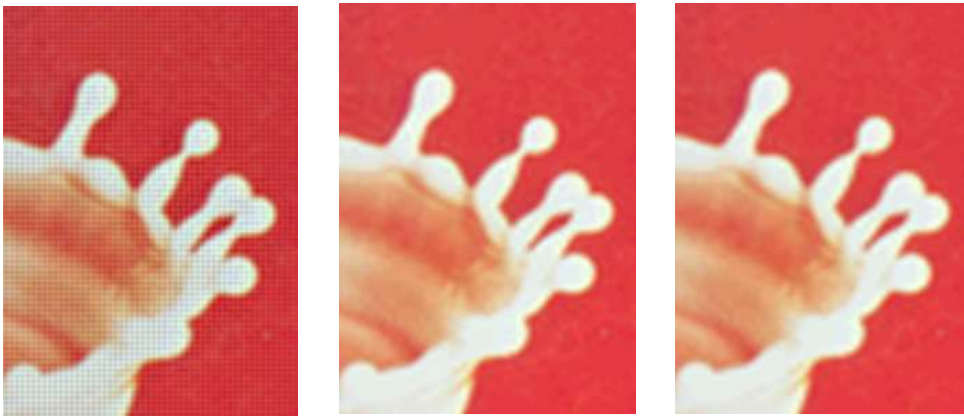
標準画像 *milk drop* を用いたものでは、画像のミルク内の色の諧調の変化が少ない部分にて差異が見られた(図 1 2)。 sinc-Lanczos 関数を用いたものは、高次の多項式を用いたものと比べて白色の部分に、僅かではあるが色の異なる幾つかの斑点のようなものが見られた(図 1 3)。これは、白色の部分の諧調が一樣であるか(図 5)、滑らかに変化しているからだと考えられる(図 6)。

標準画像 *pepper* を用いたものでは、画像の中で色の急激な変化が起こる溝の様な場所において、差異が見られた(図 1 6)。高次多項式を用いたものと比べて sinc-Lanczos 関数を用いたもののほうが溝による色の変化が僅かに鮮明となっていた(図 1 7, 1 8, 1 9)。これは画像中の対象物の階調が急激に増減する場合に相当するからであると考えられる(図 7)。また、次数を高くしていくと画像の対象物の表面にも差異が見られるようになった。 sinc-Lanczos 関数を用いたものは、高次の多項式を用いたものと比べて、僅かではあるが色の異なる幾つかの斑点のようなものが見られた。これは、画像中の対象物の諧調が一樣もしくは滑らかに変化していることにより発生しているものなのか、画像中の対象物に僅かにある異なる色によって階調が急激に増減する場合に相当しているからであるのかは判断が付きにくい。偶数次の多項式を用いる場合には、補間計算をする区間中間部位は1区間分だけなのでインパルス応答として評価すると均質であるのに対し、 sinc-Lanczos 関数を用いる場合には2区間分における補間計算をするため、インパルス応答によりこの2区間における補間処理を評価すると均質な処理とはならないという微妙な違いがある。このような要因が組み合わさって拡大画像中にわずかな差異が表れていると考えられる。



(a) sinc (b) sinc-Lanczos (c) polynomial

図 1 1 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(Lenna(4 倍,n=8))



(a) sinc (b) sinc-Lanczos (c) polynomial

図 1 2 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(milk drop(4 倍,n=8))



(a) sinc-Lanczos (b) polynomial

図 1 3 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(milk drop(8 倍,n=8))



(a) sinc-Lanczos

(b) polynomial

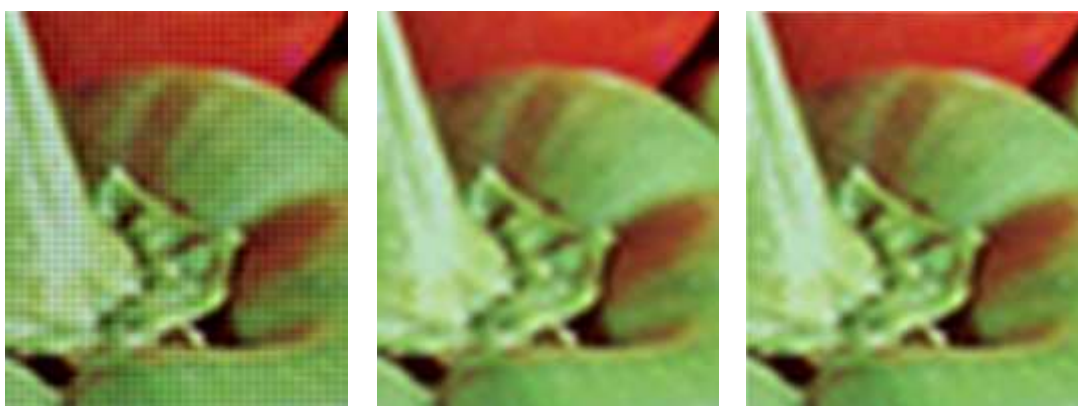
図 1 4 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(milk drop(8 倍,n=16))



(a) sinc-Lanczos

(b) polynomial

図 1 5 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(milk drop(8 倍,n=32))



(a) sinc

(b) sinc-Lanczos(4)

(c) polynomial

図 1 6 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(pepper(4 倍,n=8))



(a) sinc-Lanczos(4)



(b) polynomial

図 1 7 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(pepper(8 倍,n=8))

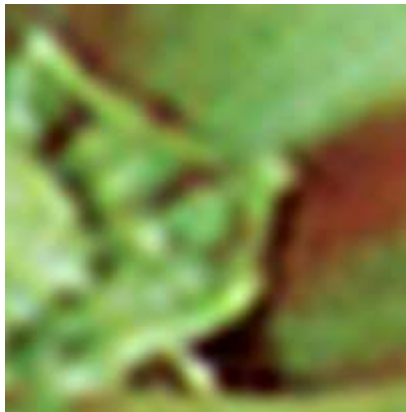


(a) sinc-Lanczos(8)



(b) polynomial

図 1 8 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(pepper(8 倍,n=16))



(a) sinc-Lanczos(16)



(b) polynomial

図 1 9 3 種類の補間基底を適用して得られた拡大画像(pepper(8 倍,n=32))

7. 結果と考察

補間基底を適用する区間を定義領域の全てに渡ってではなく中央部分に限ることにより、ギブスの現象やルンゲの現象に起因する画質の低下を避けることのできる方法を提案し、補間により画像の拡大を行う実験を通して、用いる補間基底による画質の差異の比較を行った。その結果、sinc 関数では全体的な画質の劣化が見られることがわかった。これは画像中にある対象物の階調が滑らかに変化する場所において、ギブスの現象による誤差の振動が発生しているためであると考えられる(図 6 (a))。sinc-Lanczos 関数と高次多項式を用いたものではこのような劣化の発生しないことがわかった。どちらの方法でも、拡大画像の画質比較による差は僅かしか見られなかった。画像中にある、対象物の階調が一樣である場合を想定した数理モデル(図 5)や、階調が滑らかに変化する場合(図 6)において、sinc-Lanczos 関数と比較して、高次多項式は適用区間を多少広げたとしても画質の劣化の度合いが低いと考えられる。また、画像中の対象物の階調が急激に増減する場合(図 7)においても、適応区間を狭めることにより、画質の劣化の原因となる補間誤差の振動を少なくできるということがわかった(図 7, 図 11 (c))。高次多項式は次数 n が偶数であっても奇数であっても同じようにして使うことができ、解像度変換に用いる係数をどのような条件でも比較的簡単に求めることができ、さらには sinc-Lanczos 関数でのような重み関数の導入もすることができる。これらのことから、sinc-Lanczos 関数と比較して、高次多項式による補間の方が解像度変換のための手法としてより適していると考えられる。

今後は、次数をより高くした場合、画質にどのような差異が現れるのかを確認していきたい。また、Lagrange 多項式を用いた高次多項式による補間と sinc-Lanczos 関数で用いている重みづけ関数とを組み合わせ、画像中にあるより複雑な階調の変化にも対応できる新たな補間方法が作成できるかどうかも検討していきたい。

参考文献

- [1]画像拡大法の改善；竹崎仁美，山崎茜，岡山理科大学卒業論文(2013 年度)
- [2]Foundations of Signal Processing；Martin Vetterli，Jelena Kovačević and Vivek Goyal，Cambridge(2014)
- [3]フーリエ変換とは？；
<http://imaging-solution.net/math/fourier-transform/what-is-fourier-transform/>
- [4]Lanczos 関数による画像の拡大縮小；
<http://www.maroon.dti.ne.jp/twist/4C616E637A6F73B4D8BFF4A4CBA4E8A4EBB2E8C1FCA4CEB3C8C2E7BDCCBEAE.html>
- [5]デジタル信号処理；貴家仁志，昭晃堂(2010)
- [6]数値解析；森正武 共立出版(1982)
- [7]Digital Image Processing 2-nd Ed.；W. Burger and M. Burge，Springer (2016)