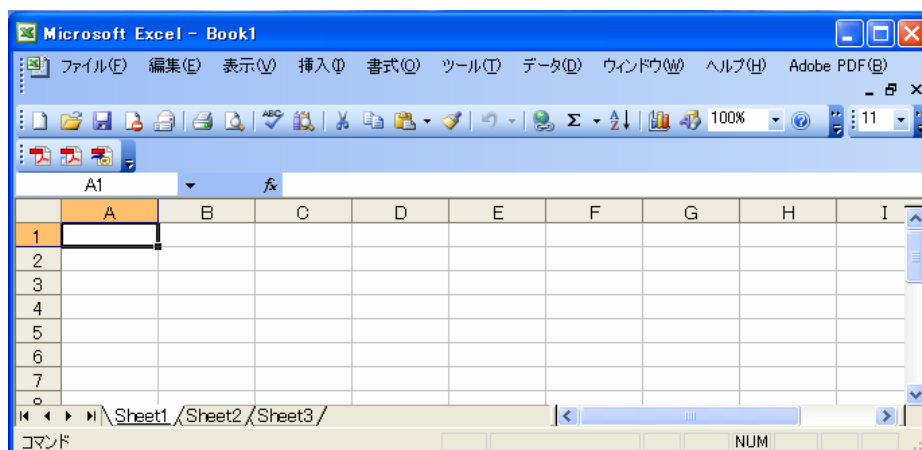


エクセルを用いた簡単な技術計算と作図について

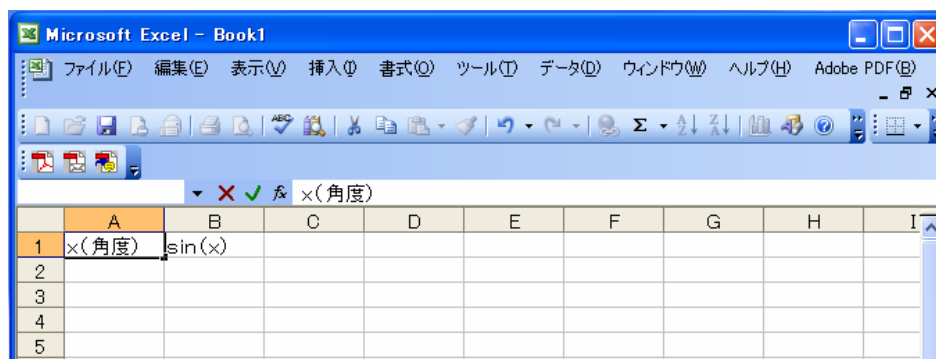
画像処理 I 配付資料 (岡山理科大学 澤見英男 2006年作成)
表計算ソフト「エクセル」を用いた簡単な技術計算と作図について紹介します。例として正弦波の標本化と周波数特性の計算を取り上げることにします。

(1) 正弦波の描画

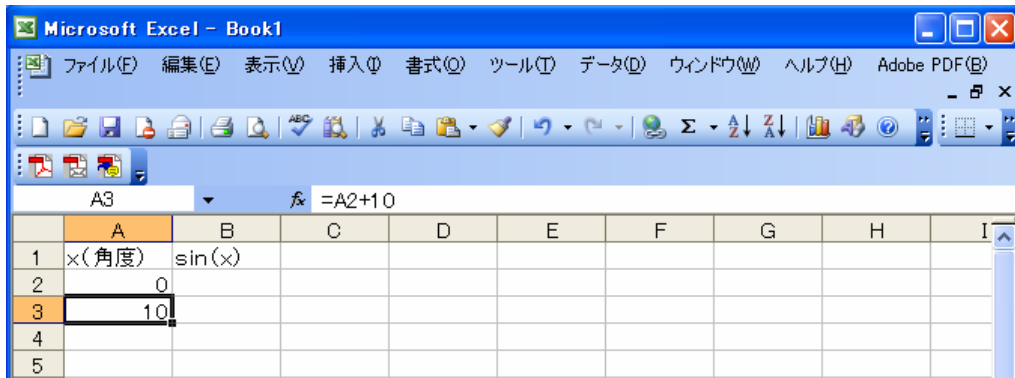
まず表計算ソフト「エクセル」を立ち上げます。以下の様な表示が現れます。



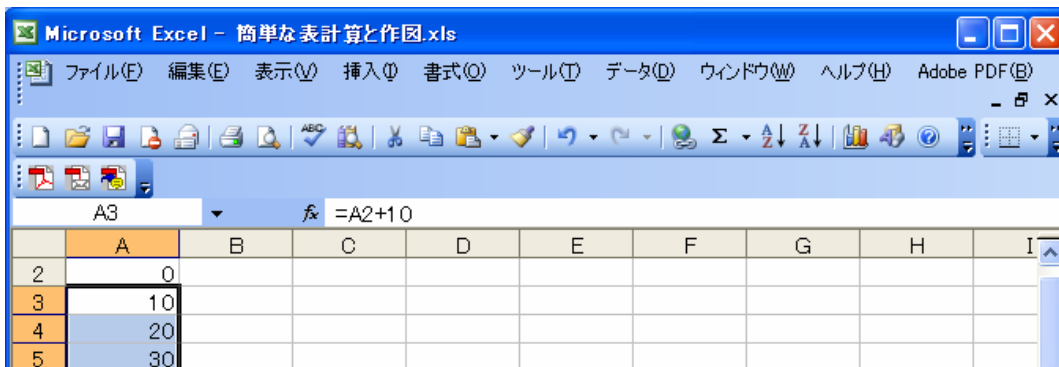
この中のA列を横座標軸 (工学単位 ; 度) に割り当てます。そしてB列には正弦関数 $\sin(x * \pi / 180)$ を計算し求めることにします。最初に、A1とB1のそれぞれにセルに入る変数の意味を書き込むのが良いでしょう。



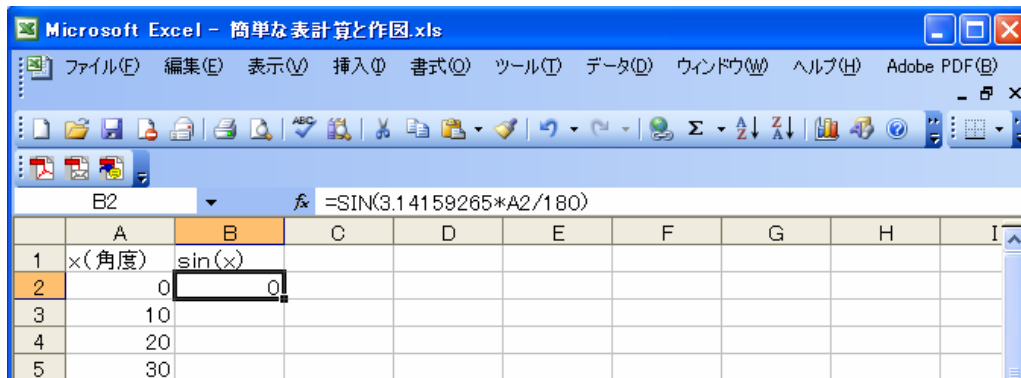
次に、セルA2から始めて、計算に用いる角度の値を入力します。セルA2は0, A3には計算式「=A2+10」を入力してみましょう。その結果セルA3はA2に10を加えた値10になるはずですが。そのようになりませんでしたか？



続くA列4行目以降には、先に入力した計算式をコピーします。その結果、例えば、セルA4も計算式「=A3+10」となり望む結果が得られます。このような目的のコピーには、マウスでセルの右下隅を指示しカーソルが矢印無し十字「十」になってから下の行に向かってドラッグ・ペーストするのが良いでしょう。

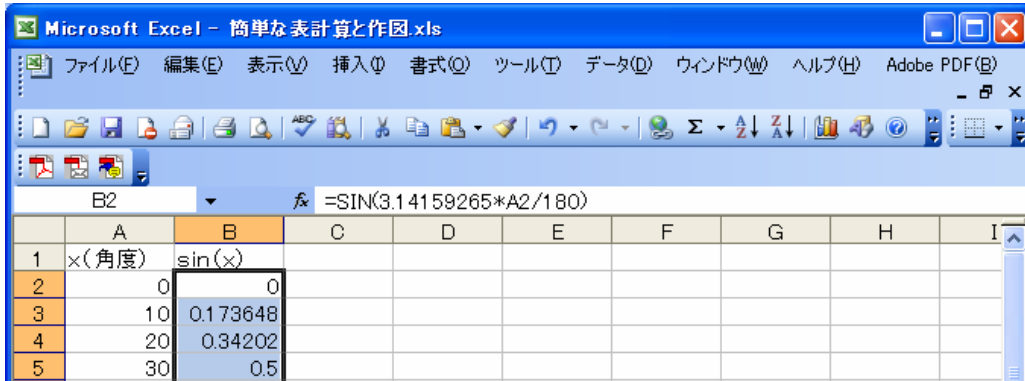



円周率 $\pi = 3.14159265358979 \dots$ は 180 度に対応します。これより、セル A2(角度)を用いて計算するようセル B2 に計算式を入力します。式中にある行と列の位置は（\$ を用いる絶対表現ではなく）相対表現にしておきます。この相対位置指定によって、各角度に対応した関数値を正しく得ることができるのです。

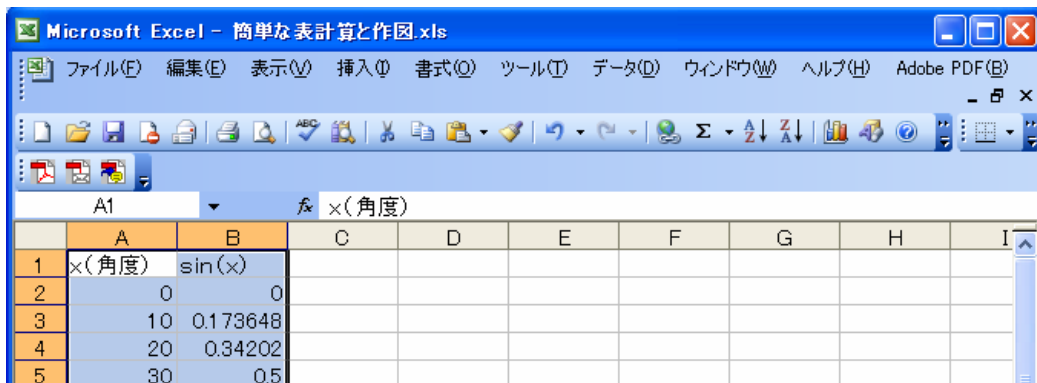


前と同様にして、マウスでセル B2 の右下隅を指示しカーソルが矢印無し十字

「十」になってから下の欄に向かってドラッグ・ペースト操作をすれば、これで指定した範囲について、全てのセルに正しく SIN の値が計算されることになります。さあ！あと一息でグラフの完成です。



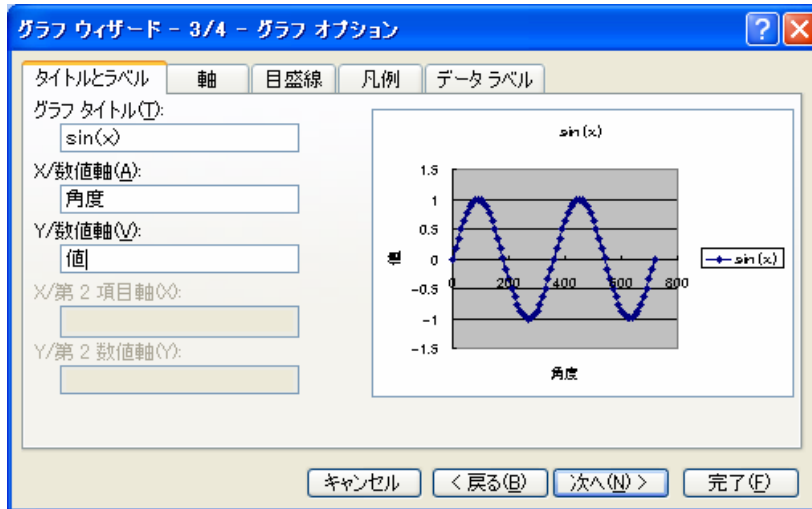
角度を横軸に、値 sin(x)を縦軸にして作図します。次に示したように、作図範囲をマウスを用いたドラッグ操作により指定します。そして、ツールバーからアイコン () を選びグラフウィザードを呼び出すのです。



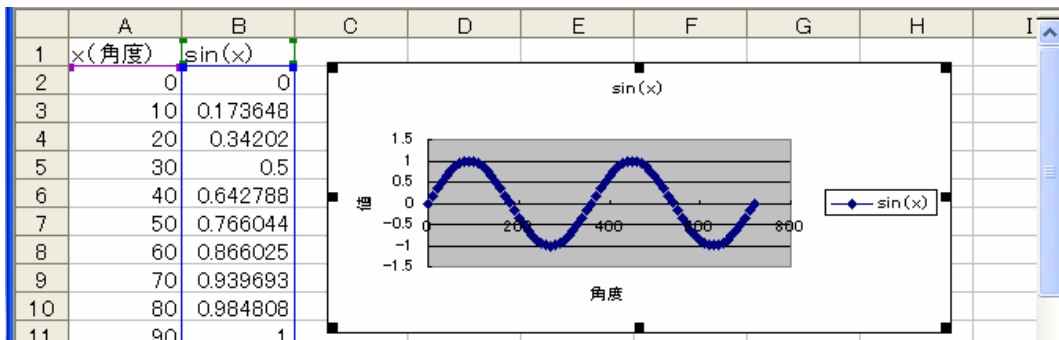
グラフの形式は、データポイントを折れ線につないだ散布図にします。



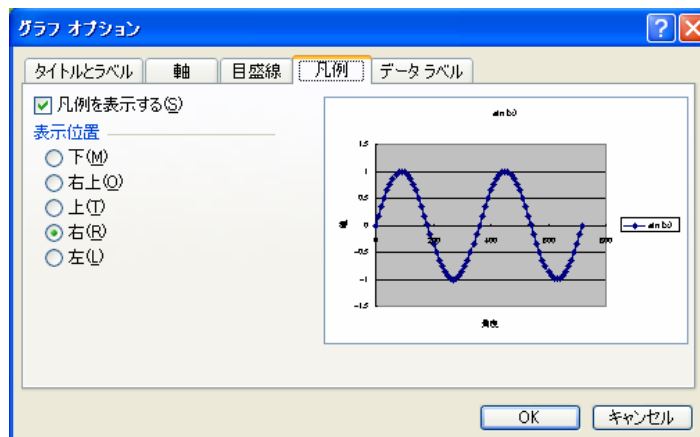
処理を進めていくと (**次へ(N) >** をクリック) グラフオプションで X 軸と Y 軸に表題を入力できる箇所があります。適切な表題を入力すると良いでしょう。



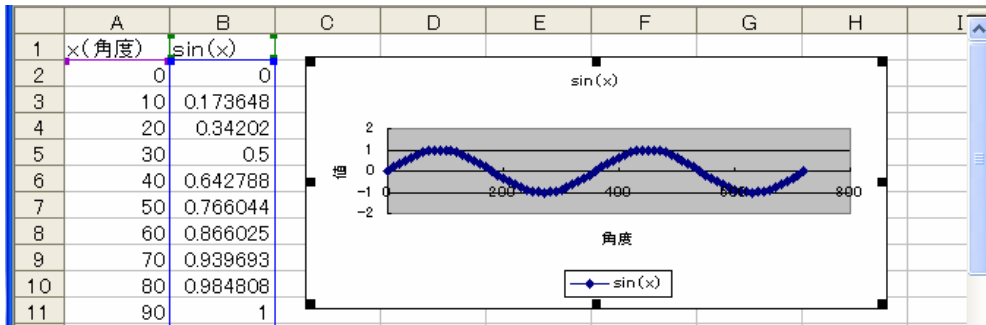
ここまでで、次に示すような結果が得られたはずですが！ どうですか？



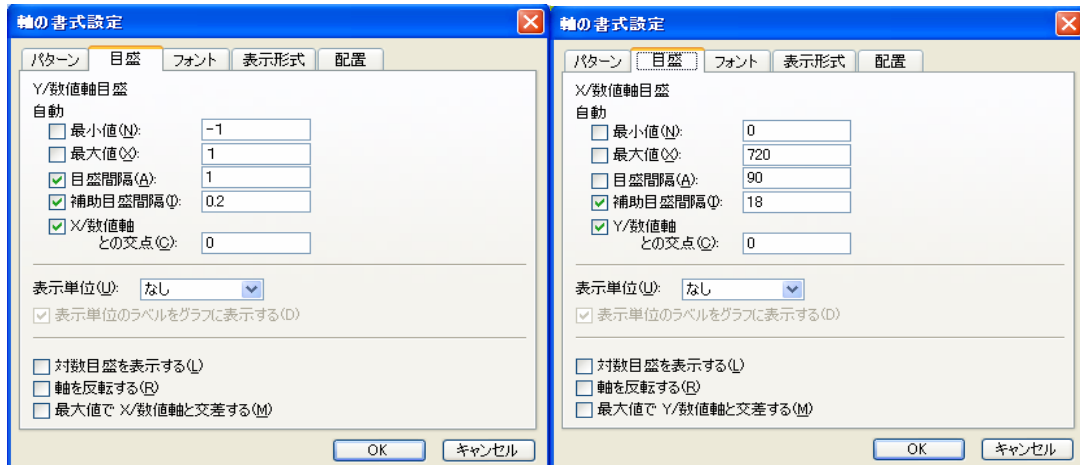
グラフの体裁を整えるには、例えばツールバー中からグラフ (C) を選びグラフオプション (I) を指定するとか、マウス操作によりサイズ変更をします。



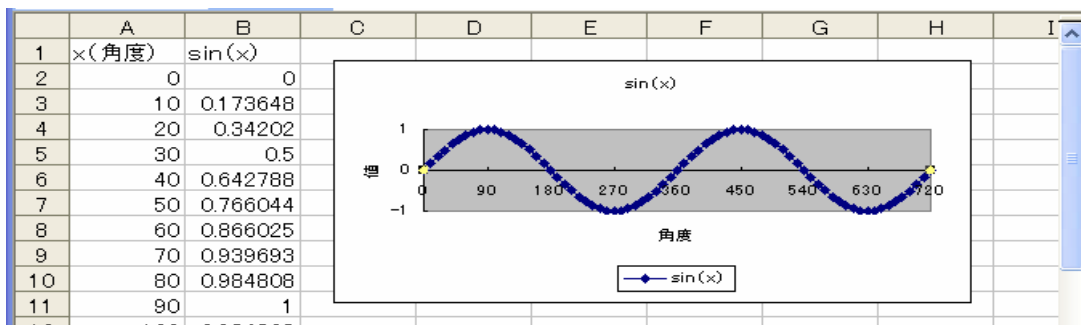
凡例タブを選び、表示位置（標準は右）を下にすると次のようになります。



グラフの体裁をもう少し整えるには、X 座標軸および Y 座標軸の数値上でマウスをクリックし軸の書式設定をするのが良いでしょう。セルの計算内容（0度から720度まで計算している）に合わせて以下のように設定します。



以上の操作により、次のような結果が得られるはずです。上手くできましたか？



この結果は、1周期（360度）分の値を10度刻みで計算（標本化）していることから、周波数 f の入力信号を、周波数を $36f$ として位相差をゼロにして標本化した場合の再生信号に該当します。以上の結果を利用して、シャノンによる標本化定理は単なる必要条件にしか過ぎないことが確認できます。

(2) 周波数特性の計算

簡単な特性関数 $H(f)=1/(1+j0.01*2\pi f)$ の周波数特性をエクセルにより計算・作図してみましょ。最初に表題を入力し、次にセルA 2に周波数1 (Hz)を設定し、セルA 3以降は計算式により周波数を設定します。周波数軸を対数表示にすることから、周波数を決める計算式は掛け算にします。また、節目となる周波数は切れの良い10の指数乗にしましょ。例えば、セルA15が10の1乗に近い値なのでこれを10にしておきます。以下同様にして100, 1000などの節目となる周波数値を10の指数乗に設定しておきます。

A3		fx =A2*1.2		
	A	B	C	D
1	周波数(f)	利得(G)	位相(θ)	
2	1			
3	1.2			
4	1.44			
5	1.728			
6	2.0736			
7	2.48832			
8	2.985984			
9	3.583181			
10	4.299817			
11	5.15978			
12	6.191736			
13	7.430084			
14	8.9161			
15	10.69932			
16	12.83918			
17	15.40702			
18	18.48843			
19	22.18611			
20	26.62333			
21	31.948			
22	38.3376			
23	46.00512			
24	55.20614			
25	66.24737			
26	79.49685			

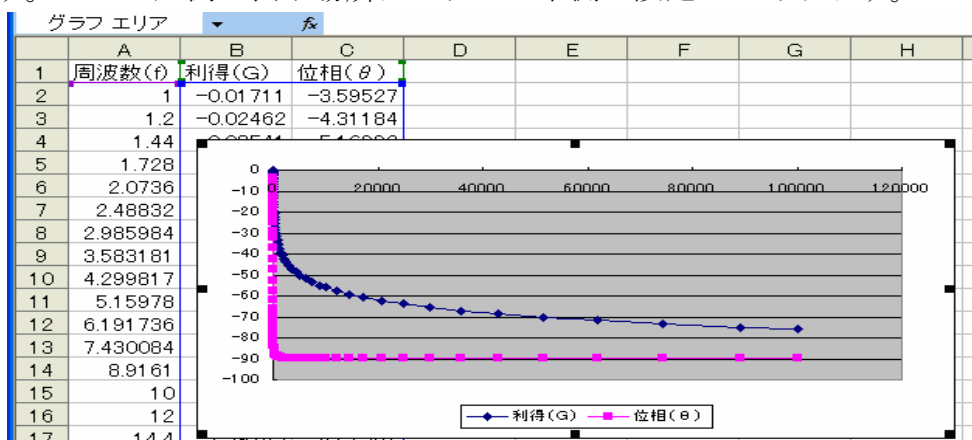
A15		fx 10		
	A	B	C	D
1	周波数(f)	利得(G)	位相(θ)	
2	1			
3	1.2			
4	1.44			
5	1.728			
6	2.0736			
7	2.48832			
8	2.985984			
9	3.583181			
10	4.299817			
11	5.15978			
12	6.191736			
13	7.430084			
14	8.9161			
15	10			
16	12			
17	14.4			
18	17.28			
19	20.736			
20	24.8832			
21	29.85984			
22	35.83181			
23	42.99817			
24	51.5978			
25	61.91736			
26	74.30084			

特性関数の利得 | G | は $1/\sqrt{1+(0.01*2\pi f)^2}$ となり、位相角 θ は $-\text{atan}(0.01*2\pi f)$ ラジアンとなります。利得に関しては | G | の常用対数を20倍にしたデシベル表記 (dB) を、角度に関しては工学単位 (度) を用いることにします。それぞれの計算結果を次に示しておきます。

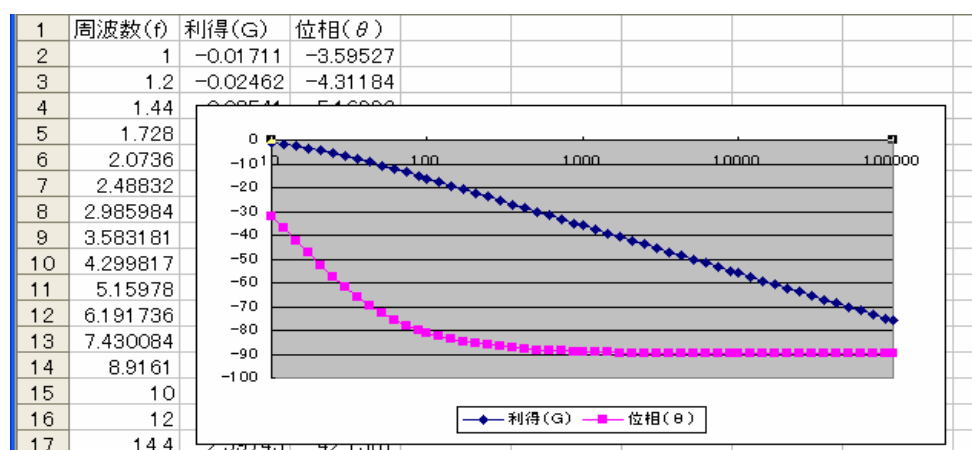
B2		fx =-10*LOG10(1+4*0.0001*3.1415926535*3.1415926535*A2*A2)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	周波数(f)	利得(G)	位相(θ)					
2	1	-0.01711	-3.59527					
3	1.2	-0.02462	-4.31184					
4	1.44	-0.03541	-5.16992					
5	1.728	-0.0509	-6.19653					
6	2.0736	-0.0731	-7.42315					
7	2.48832	-0.10488	-8.88601					

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	周波数(f)	利得(G)	位相(θ)					
2	1	-0.01711	-3.59527					
3	1.2	-0.02462	-4.31184					
4	1.44	-0.03541	-5.16992					
5	1.728	-0.0509	-6.19653					
6	2.0736	-0.0731	-7.42315					
7	2.48832	-0.10488	-8.88601					

グラフウィザードを用いて、散布図として作図すると次のような結果が得られます。ただし凡例の表示場所はグラフの下側に設定してあります。

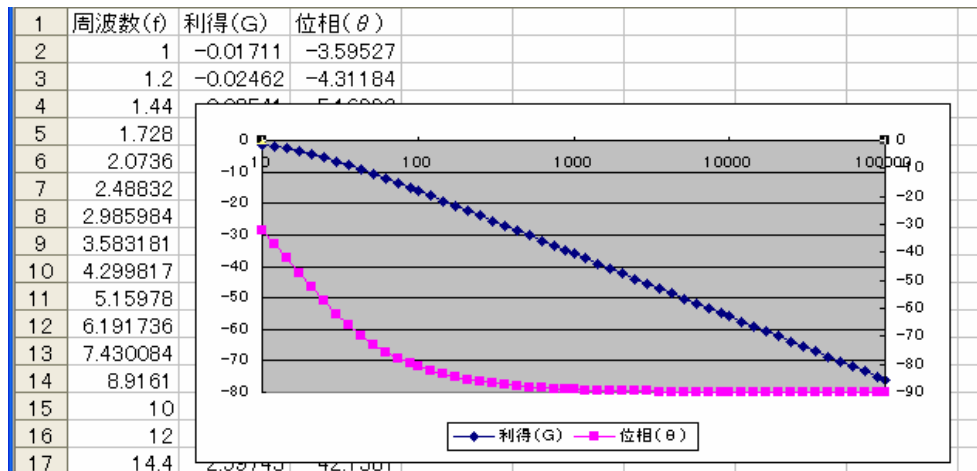


周波数（横軸）を対数表記にします。座標値をクリックし軸の書式設定を呼び出し、目盛タブをクリックして選び、対数目盛を表示する（L）にし、例えば最小値（N）を10、最大値を100000などとすると以下の結果が得られます。

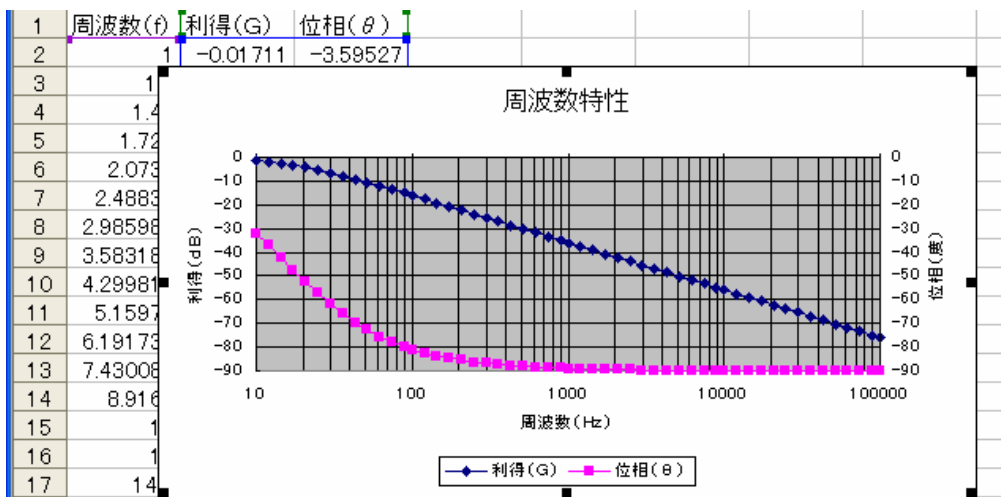


利得（dB）と位相（度）は単位も値も異なるので、位相は第2座標軸を利用して表示することにします。グラフ中の位相データが表示されている部分をクリ

ックし、データ系列の書式設定を呼び出しましょう。使用する軸として第2軸（上/右側）（S）を選ぶことにより、次のような表示が得られます。



第2座標軸の数値部分をクリックし軸の書式設定を呼び出して、最小値を-90（度）そして最大値を0（度）にしておきます。座標軸の値が重なって表示され見え難くなる場合もあるので、書式設定を呼び出し周波数の表示位置を下端/左端にしておくのが良いでしょう。座標軸に単位を表記するには、ツールバーのグラフ（C）からグラフオプションを選び、タブ「タイトルとラベル」をクリックし、その中の各項目に表示したい単位を入力します。タブ「目盛線」を選んで目盛り線（M）などに関する設定をし、グラフの寸法などもマウスを操作して調整し見た目がそれらしくなるよう仕上げをしましょう。



これで表計算ソフト「エクセル」を利用して簡単な計算と作図が出来るようになりました。では、次回までに簡単なローパス・フィルタ $H(f)=1/(1-j2\pi\alpha f)^2$ の特性を求めレポートとして纏めたものを提出してください。ところで係数（ α ）の値は、例えば、0.0001等とするのも良いでしょう。

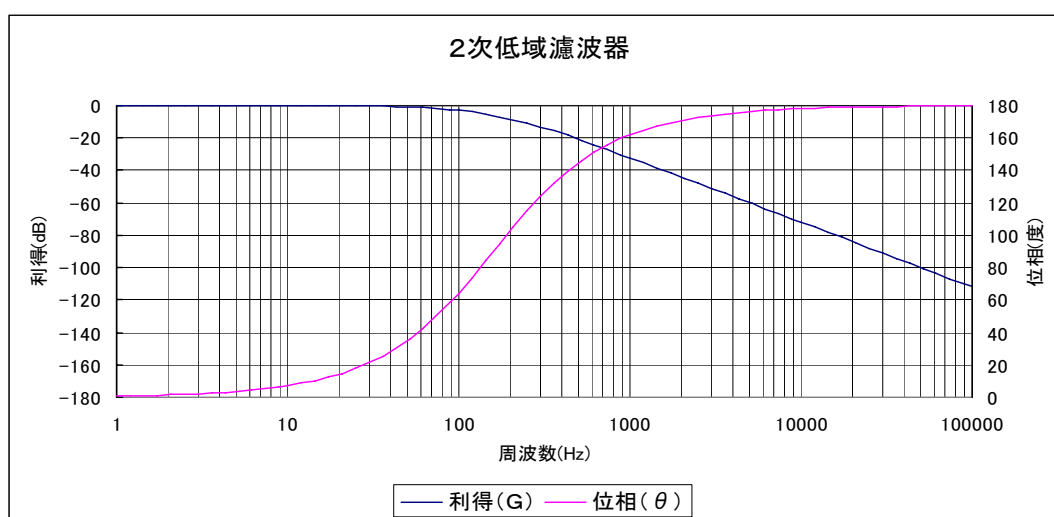
ヒント：関数ATANを用いると、得られる値は $-\pi/2$ から $\pi/2$ までの範囲に限られます。一方フィルタの位相特性は $-\pi$ から π までの範囲で求めるのが一般的なので、これには関数ACOSを用いるのが良いでしょう。先の計算例は1次の複素関数なので、関数ATANで計算しても計算範囲が問題になることは在りませんでした。しかし、レポート課題の関数は2次の複素関数なので、計算範囲のより広い関数ACOSを用いて位相を求めるのが良いでしょう。ところで、位置を絶対指定したセルを用いて円周率などを表すことにより計算することもできます。以下に、ローパス・フィルタ $H(f)=1/(1-j0.001*2\pi f)^2$ に関する作図例と併せ、位相「セルC2」に関する計算式の例を示しておきます。

$$\text{ACOS}((1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)/$$

$$\text{SQRT}((1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)*(1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)+16*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)))*180/\$F\$1$$

C2		fx =ACOS(((1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)/SQRT(((1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)*(1-4*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)+16*\$E\$1*\$E\$1*\$F\$1*\$F\$1*A2*A2)))*180/\$F\$1						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	周波数(f)	利得(G)	位相(θ)		0.001	3.141593	9.87E-06	
2	1	-0.00034	0.719991		α	π	$\alpha^2 * \pi^2$	
3	1.2	-0.00049	0.863984					
4	1.44	-0.00071	1.036772					
5	1.728	-0.00102	1.244111					
6	2.0736	-0.00147	1.492908					

式中の絶対位置表現で指定したセル「\$E\$1」は係数 α 「0.001」を、そしてセル「\$F\$1」は円周率「3.141592653589793238462643383279…」を表します。この様にして得られたグラフを整理すると以下ようになります。



ここまで来れば、エクセルによる計算と作図に慣れてきたはずですね。それでは応用編として、3次元表示による周波数特性図を描いて見ることにしましょう。なおこの特性図はマウス操作により見る方向を変えることができます。

(3) ラプラシアン・フィルタの周波数特性

画像処理で用いるものに次に示すようなラプラシアン・フィルタがあります。

$$(1)$$

$$(1) (-4) (1)$$

$$(1)$$

長方形領域で定義された画像にフィルタを適用した場合の周波数特性を調べる場合、領域の端における取り扱いが重要になってきます。ところで離散フーリエ解析では、解析の対象である領域を周期展開し全空間に広げたものとして取り扱います。大きさが $M \times N$ の長方形領域を正方格子で標本化し、DFTの変換基底に以下のものを用い、周波数特性を計算してみることにしましょう。

$$\exp(2\pi j k m / M) \exp(2\pi j l n / N)$$

ただし指標 k および l はそれぞれ x および y 座標方向の周波数を表し、指標 m および n はそれぞれ x および y 座標方向の標本点の位置を表しています。ところで複素指数関数については、例えば、以下の関係が成り立っております。

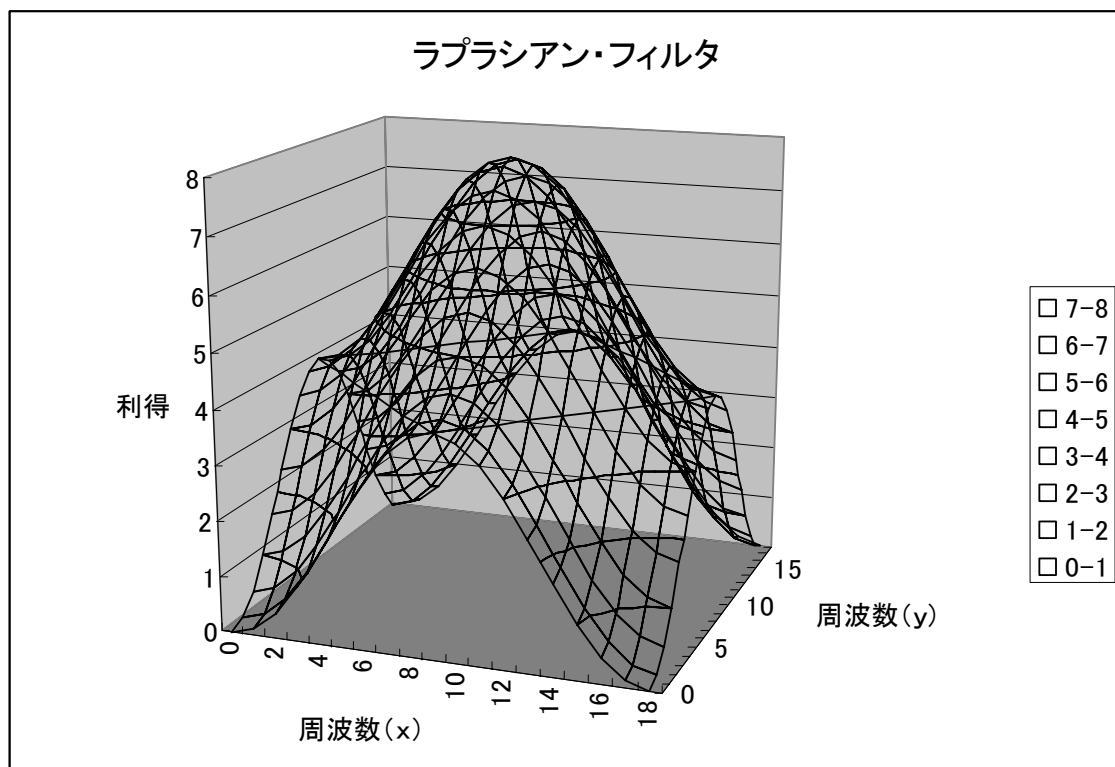
$$\exp(2\pi j k (m \pm 1) / M)$$

$$= (\cos(2\pi k / M) \pm j \sin(2\pi k / M)) \exp(2\pi j k m / M)$$

格子座標と重みを代入して計算すると、以下の周波数特性が得られます。

$$G(k, l) = 2 (\cos(2k\pi / N) + \cos(2l\pi / N)) - 4$$

$M=N=18$ とした場合の利得 $|G(k, l)|$ は次のようになります。

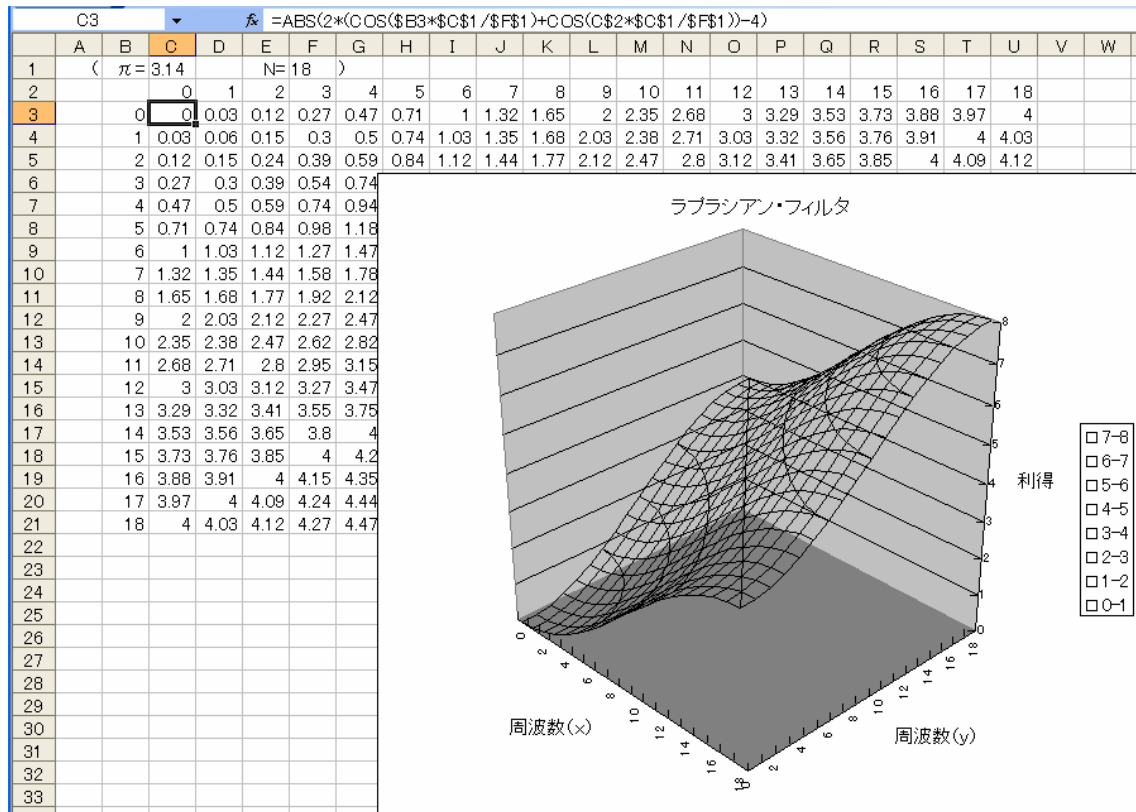


解析領域を偶対象鏡映展開により全空間に周期展開した場合（離散コサイン変換；DCT）を例に挙げて、作図手順までを解説します。簡単のため、正方領域上（ $N \times N$ 点）で定義された画像を扱うことにしましょう。ここでは、領域の境界上に標本点を置くDCTタイプIを用いて周波数特性を導出してみます。DCTタイプIでは、変換基底として次のものを用います。

$$\cos(km\pi/N) \cos(ln\pi/N)$$

ただし指標 k と l はそれぞれ x および y 座標方向の周波数を表し、指標 m と n はそれぞれ x および y 座標方向の標本点の位置を表しています。これより、ラプラシアン・フィルタの周波数特性を簡単に求めることができます。

$G(k, l) = 2(\cos(k\pi/N) + \cos(l\pi/N)) - 4$
次に、 $N=18$ とした場合の $|G(k, l)|$ を表示しておきます。

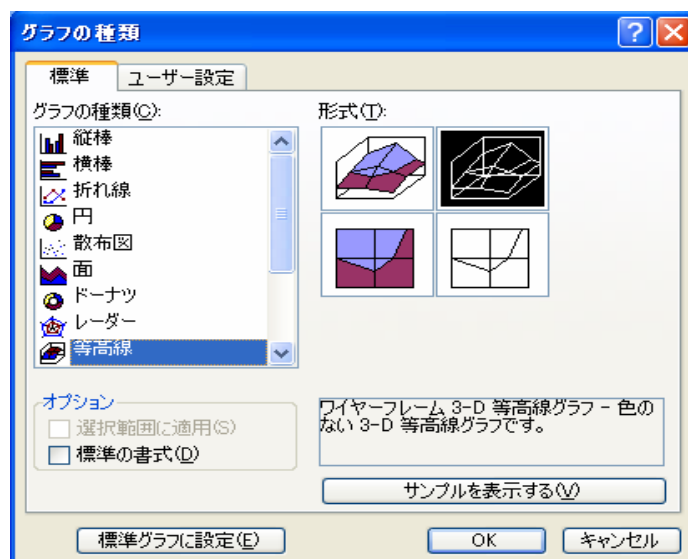


ここでは、円周率をセル $C3$ に、分割数 N をセル $F1$ に割り当て、指標 k を B 列目（ $k=0$ はセル $B3$ ）に、指標 l を 2 行目（ $l=0$ はセル $C2$ に対応）に対応させているので、利得 $|G(k, l)|$ のセル $C3$ に関する計算式は、相対表現と絶対表現を用い、以下のように表すことができます。

$$=ABS(2*(COS($B3*$C$1/$F$1)+COS(C$2*C1/F1))-4)$$

次に、例えば、前もって $C3$ セルを横方向にコピーしておき、次に 3 行目のセル全体を縦方向にコピーすれば、全てのセルに対して計算式を適用できます。

勿論、最初にC 3セルを縦方向にコピーしておいてから、次にC列を横方向にコピーしても同じ結果になります。また計算範囲を2 N（この例では3 6）まで拡張すると、関数コサインを偶対象鏡映展開することになるので、フーリエ変換で評価した周波数特性が得られます。最後に、計算結果を含む全セルを指定し、グラフウィザードを呼び出し、以下のような作図形式「等高線」を選ぶと周波数特性が描画されます。なお、視点はマウス操作により変更できます。



お待たせしました！レポート課題です。以下の平均値フィルタの周波数特性を求めレポートに纏めて提出してください。

(1/9) (1/9) (1/9)

(1/9) (1/9) (1/9)

(1/9) (1/9) (1/9)

なお、DFTまたはDCTのいずれの基底を用いたのかを明記するようにしてください。そして講義終了時に指定されたレポート提出期限は守りましょう。

この資料は授業の補助資料であり、商業目的以外であれば自由に利用できます。最新のものが <http://cafe.mis.ous.ac.jp/sawami/> にて公開されています。